PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Problema 71:

La diferencia de longitudes de los catetos es de 5 cm y la hipotenusa mide 2,5 dm. Calcular:

1º Los lados del triángulo

2º El área del círculo inscrito

Solución Problema 71:

Sean *x* e *y* los catetos, y *h* la hipotenusa del triángulo rectángulo.

1º Los lados del triángulo

La diferencia de longitudes de los catetos es de 5 cm:

$$x - y = 5$$

$$x = 5 + y \ \ EC\ 1$$

La hipotenusa mide 2,5 dm.

$$h = 2{,}5\ dm = 25\ cm$$

Por el teorema de Pitágoras, sabemos que:

$$h^2 = x^2 + y^2$$

$$25^2 = x^2 + y^2\ EC\ 2$$

Sustituimos el valor de x de la EC 1 en la EC 2:

$$25^2 = (5 + y)^2 + y^2$$

$$625 = 25 + 10y + y^2 + y^2$$

$$2y^2 + 10y + 25 - 625 = 0$$

$$2y^2 + 10y - 600 = 0$$

Simplificando por 2:

$$y^2 + 5y - 300 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-300)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1200}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1225}}{2} =$$

$$= \frac{-5 \pm 35}{2}$$

$$y_1 = \frac{-5 + 35}{2} = \frac{30}{2} = 15 \; solución \; válida$$

$$y_2 = \frac{-5 - 35}{2} = \frac{-40}{2} = -20 \; solución \; no \; válida$$

Para y= 15 cm:

$$x = 5 + y \;\; EC\ 1$$

$$x = 5 + 15 \; = 20 \; cm$$

Por tanto, los lados del triángulo serán:

$$x = 20 \; cm$$

$$y = 15 \; cm$$

2º El área del círculo inscrito

Sabemos que para cualquier triángulo rectángulo, la hipotenusa es un diámetro del círculo circunscrito, es decir, el centro del círculo es el punto medio de la hipotenusa.

Por tanto:

La hipotenusa h es igual al diámetro del círculo circunscrito, por tanto su radio será:

$$r = \frac{\mathrm{h}}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \; cm$$

El área del círculo será:

$$A = \pi r^2 = \; \pi \cdot 12,5^{\,2} = \; 156{,}25\pi = \; 490{,}625 \;\; cm^2$$