LÍMITES

Problema 26:

Sabiendo que

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Hallar el límite de:

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{5n^3 - n^2}$$

Cuando n tiende a ∞

Solución problema 26:

Comprobamos que es una indeterminación:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{5n^3 - n^2} = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + \infty^2}{5\infty^3 - \infty^2} = \frac{\infty}{\infty}$$

A continuación, lo resolveremos, aplicando la igualdad:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{5n^3 - n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{5n^3 - n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n^2+n)(2n+1)}{6(5n^3 - n^2)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{30n^3 - 6n^2} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3} + \frac{3n^2}{n^3} + \frac{n}{n^3}}{\frac{30n^3}{n^3} - \frac{6n^2}{n^3}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{30 - \frac{6}{n}} = \frac{2+0+0}{30-0} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$