

DERIVADAS

Problema 100

¿Cuál será el valor de x que anula a la segunda derivada de la función siguiente?

$$y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

Solución Problema 100:

Calculamos la 1ª derivada:

$$y' = \frac{e^x(1 + e^x) - e^x \cdot e^x}{(1 + e^x)^2} = \frac{e^x + e^{2x} - e^{2x}}{(1 + e^x)^2} = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2}$$

Calculamos la 2ª derivada:

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{e^x \cdot (1 + e^x)^2 - [2 \cdot (1 + e^x) \cdot e^x \cdot e^x]}{[(1 + e^x)^2]^2} = \frac{e^x \cdot (1 + e^x)^2 - [2e^{2x} \cdot (1 + e^x)]}{[(1 + e^x)^2]^2} = \frac{\cancel{(1 + e^x)} \cdot [e^x(1 + e^x) - 2e^{2x}]}{(1 + e^x)^4} = \\ &= \frac{[e^x(1 + e^x) - 2e^{2x}]}{(1 + e^x)^3} = \frac{e^x + e^{2x} - 2e^{2x}}{(1 + e^x)^3} = \frac{e^x - e^{2x}}{(1 + e^x)^3} \end{aligned}$$

El enunciado nos dice, calcular el valor de x para que la segunda derivada sea cero, luego:

$$y'' = 0$$

$$\frac{e^x - e^{2x}}{(1 + e^x)^3} = 0$$

$$e^x - e^{2x} = 0 \cdot (1 + e^x)^3$$

$$e^x - e^{2x} = 0$$

$$e^x(1 - e^x) = 0$$

Luego:

$$e^x = 0 \text{ solución no válida}$$

$$1 - e^x = 0$$

$$e^x = 1$$

$$e^x = e^0$$

Para que se cumpla la igualdad:

$$x = 0$$