

LOGARITMOS

Problema 113:

Pasando previamente a logaritmos decimales, deducir el valor de y de la igualdad:

$$\log_3 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2$$

Solución Problema 113:

Para ello, recordamos la fórmula de cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Por tanto,

$$\log_3 x = \frac{\log x}{\log 3}$$

$$\log_x 2x = \frac{\log 2x}{\log x}$$

$$\log_{2x} y = \frac{\log y}{\log 2x}$$

$$\log_x x^2 = \frac{\log x^2}{\log x}$$

Por tanto, la ecuación:

$$\log_3 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2$$

Expresada en logaritmos decimales queda:

$$\frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log 2x}{\log x} \cdot \frac{\log y}{\log 2x} = \frac{\log x^2}{\log x}$$

$$\frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log 2x}{\log x} \cdot \frac{\log y}{\log 2x} = \frac{2 \log x}{\log x}$$

Simplificando, obtenemos:

$$\frac{\log y}{\log 3} = 2$$

$$\log y = 2\log 3$$

$$\log y = \log 3^2$$

$$y = 3^2$$

$$\mathbf{y = 9}$$