

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 77:

En un triángulo rectángulo cuyo perímetro es de 28,8 m, las longitudes de sus lados están en progresión aritmética. Calcula los tres lados.

Solución Problema 77:

Sean a_1 , a_2 y a_3 , los lados del triángulo rectángulo que están en progresión aritmética y cuyo perímetro es 28,8 m:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 28,8$$

Como están en progresión aritmética:

$$a_1 = a_1 = c_1$$

$$a_2 = a_1 + d = c_2$$

$$a_3 = a_1 + 2d = h$$

Luego,

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 28,8$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 28,8$$

$$3a_1 + 3d = 28,8$$

$$a_1 + d = 9,6$$

$$a_1 = 9,6 - d \text{ ecuación 1}$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

En nuestro caso:

$$a_3^2 = a_2^2 + a_1^2$$

$$(a_1 + 2d)^2 = (a_1 + d)^2 + a_1^2$$

$$a_1^2 + 4d^2 + 4a_1d = a_1^2 + d^2 + 2a_1d + a_1^2$$

$$a_1^2 + d^2 + 2a_1d - 4d^2 - 4a_1d = 0$$

$$a_1^2 - 3d^2 - 2a_1d = 0 \text{ ecuación 2}$$

Sustituimos el valor de a_1 de la ecuación 1 en la 2:

$$a_1 = 9,6 - d \text{ ecuación 1}$$

$$(9,6 - d)^2 - 3d^2 - 2(9,6 - d)d = 0$$

$$92,16 + d^2 - 19,2d - 3d^2 - (19,2 - 2d)d = 0$$

$$92,16 - 2d^2 - 19,2d - 19,2d + 2d^2 = 0$$

$$92,16 - 19,2d - 19,2d = 0$$

$$92,16 - 38,4d = 0$$

$$-38,4d = -92,16$$

$$38,4d = 92,16$$

$$d = \frac{92,16}{38,4} = 2,4$$

Ahora calculamos a_1 , a_2 y a_3 :

$$a_1 = 9,6 - d \text{ ecuación 1}$$

$$c_1 = a_1 = 9,6 - 2,4 = \mathbf{7,2 \text{ m}}$$

$$c_2 = a_2 = a_1 + d = 7,2 + 2,4 = \mathbf{9,6 \text{ m}}$$

$$h = a_3 = a_1 + 2d = 7,2 + 2 \cdot 2,4 = 7,2 + 4,8 = \mathbf{12 \text{ m}}$$