

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 76:

La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es 27, y la diferencia entre el primero y el tercero es igual a la base del sistema de logaritmos en la cual 2 tiene por logaritmos $1/3$. Calcular los tres términos de la progresión.

Solución Problema 76:

Sean a_1 , a_2 y a_3 , los términos que están en progresión aritmética y cuya suma es 27:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 27$$

Ponemos todos los términos en función de a_1 :

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 27$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 27$$

$$3a_1 + 3d = 27$$

$$a_1 + d = 9$$

$$a_1 = 9 - d \text{ ecuación 1}$$

La diferencia entre el primero y el tercero es igual a la base del sistema de logaritmos en la cual 2 tiene por logaritmos $1/3$.

Calculamos el valor de la base, aplicando la definición de logaritmo:

$$\log_a 2 = \frac{1}{3}$$

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$(a^{\frac{1}{3}})^3 = 2^3$$

$$a^{\frac{3}{3}} = 2^3$$

$a = 8$ es la base del logaritmo

Luego:

$$a_1 - a_3 = 8$$

Ponemos todos los términos en función de a_1 :

$$a_1 - (a_1 + 2d) = 8$$

$$a_1 - a_1 - 2d = 8$$

$$-2d = 8$$

$$d = \frac{-8}{2} = -4$$

Sustituimos el valor de d en la ecuación 1 para obtener el valor de a_1 :

$$a_1 = 9 - d \text{ ecuación 1}$$

$$a_1 = 9 - (-4) = 9 + 4 = \mathbf{13}$$

$$a_2 = a_1 + d = 13 - 4 = \mathbf{9}$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 13 - 2 \cdot 4 = 13 - 8 = \mathbf{5}$$