

PROBLEMAS DE GRIFOS, FUENTES Y MANANTIALES

Problema 36:

Dos grifos alimentan un depósito y lo llenan simultáneamente, en 2 horas 24 minutos. Abiertos separadamente, el primero lo llenaría en dos horas menos que el segundo. Averiguar el tiempo que tardaría cada uno de ellos en llenarlo independientemente.

Solución Problema 36:

Sea t el tiempo que tarda el grifo 2 en llenar el depósito.

El grifo 1 tardará dos horas menos: $t-2$.

Hallamos cuánta capacidad de depósito llenan cada uno separadamente en una hora:

Grifo 1:

Si en $t-2$ horas llena la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenará x de la capacidad total del depósito (ct)

$$x = \frac{1}{t-2}$$

Grifo 2:

Si en t horas llena la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenará y de la capacidad total del depósito (ct)

$$y = \frac{1}{t}$$

Ahora, hallamos cuánta capacidad de depósito llenan los dos juntos en 1 hora:

Grifo 1 +Grifo 2

Previamente, convertimos los 24 minutos en la fracción de hora correspondiente:

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

Luego, el tiempo invertido por para llenar el depósito es:

$$2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

Si en $\frac{12}{5}$ de hora llenan la capacidad total del depósito (ct)

En 1 hora llenarán z de la capacidad total del depósito (ct)

Luego:

$$\frac{12z}{5} = 1$$

$$z = \frac{5}{12}$$

Por tanto, en una hora llenará los $\frac{5}{12}$ de la ct:

$$x + y = z$$

$$\frac{1}{t-2} + \frac{1}{t} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{t + (t-2)}{(t-2)t} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{2t-2}{t^2-2t} = \frac{5}{12}$$

$$12(2t-2) = 5(t^2-2t)$$

$$24t - 24 = 5t^2 - 10t$$

$$5t^2 - 10t - 24t + 24 = 0$$

$$5t^2 - 34t + 24 = 0$$

$$t = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 480}}{10} = \frac{34 \pm \sqrt{676}}{10} = \frac{34 \pm 26}{10}$$

$$t_1 = \frac{34 + 26}{10} = \frac{60}{10} = \mathbf{6 \text{ horas tarda el grifo 2}}$$

Luego el grifo 1 tardará:

$$t - 2 = 6 - 2 = \mathbf{4 \text{ horas}}$$

$$t_2 = \frac{34 - 26}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ solución no válida}$$