

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

PROBLEMA 128:

Hallar el verdadero valor de la fracción

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x^2 - 24x - 28}$$

Para $x = -2$

Solución Problema 128:

Sustituimos el valor de $x = 2$ en la expresión inicial:

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x^2 - 24x - 28}$$

$$\frac{(-2)^4 + 4 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) - 4}{(-2)^3 - 3(-2)^2 - 24(-2) - 28} = \frac{16 - 32 + 12 + 8 - 4}{-8 - 12 + 48 - 28}$$

$$= \frac{16 - 32 + 12 + 8 - 4}{-8 - 12 + 48 - 28} = \frac{0}{0} \text{ es una indeterminación}$$

Para evitarla haremos la descomposición factorial de los polinomios aplicando la regla de Ruffini, probando con los sucesivos divisores de los coeficientes independientes:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 4 \quad 3 \quad -4 \quad -4 \\ 1 \underline{\hspace{1cm}} 1 \underline{\hspace{1cm}} 5 \underline{\hspace{1cm}} 8 \underline{\hspace{1cm}} 4 \\ 1 \quad 5 \quad 8 \quad 4 \quad 0 \\ -1 \underline{\hspace{1cm}} -1 \underline{\hspace{1cm}} -4 \underline{\hspace{1cm}} -4 \\ 1 \quad 4 \quad 4 \underline{\hspace{1cm}} 0 \end{array}$$

Es una ecuación de 2º grado, y la resolvemos:

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Las dos soluciones son iguales:

$$x = -2$$

$$x + 2 = 0$$

Luego el polinomio, se descompone factorialmente como:

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)^2$$

Hacemos lo mismo con el polinomio del denominador:

$$x^3 - 3x^2 - 24x - 28$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -3 \quad -24 \quad -28 \\ -2 \underline{\hspace{1cm}} -2 \underline{\hspace{1cm}} 10 \underline{\hspace{1cm}} 28 \\ 1 \quad -5 \quad -14 \end{array}$$

Es una ecuación de 2º grado, y la resolvemos:

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{5 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + 9}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{5 - 9}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Luego el polinomio, se descompone factorialmente como:

$$x^3 - 3x^2 - 24x - 28 = (x + 2)^2 \cdot (x - 7)$$

Ahora, sustituimos los polinomios por su descomposición factorial, suprimiendo los factores que producían la indeterminación:

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x^2 - 24x - 28} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \cancel{(x + 2)^2}}{\cancel{(x + 2)^2} \cdot (x - 7)} =$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

$$= \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x - 7)}$$

Damos el valor: $x = -2$

$$\frac{(-2 - 1) \cdot (-2 + 1)}{(-2 - 7)} = \frac{(-3) \cdot (-1)}{-9} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$