

## PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

### PROBLEMA 126:

El cociente

$$\frac{x^n + a^n}{x + a}$$

¿Es siempre exacto? En caso negativo, di cuándo y por qué lo es.

#### Solución Problema 126:

Para resolverlo dividiremos algunos polinomios concretos para luego generalizar.

Para  $n=1$

$$\frac{x + a}{x + a} = 1$$

Para  $n=2$

$$\frac{x^2 + a^2}{x + a}$$

$$x^2 \quad + a^2 : x+a$$

$$-x^2 - ax \qquad \qquad \qquad x-a$$

$$-ax + a^2$$

$$+ax + a^2$$

$$+2a^2$$

Luego:

$$\frac{x^2 + a^2}{x + a} = (a + x) \cdot (x - a) + 2a^2$$

Si hacemos las sucesivas divisiones, comprobamos que:

Para  $n=3$

## PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

$$\frac{x^3 + a^3}{x + a} = (x + a) \cdot (x^2 - ax + a^2)$$

Para  $n=4$

$$\frac{x^4 + a^4}{x + a} = (x + a) \cdot (x^3 - ax^2 + a^2x - a^3) + 2a^4$$

Ahora podemos responder a las cuestiones:

¿Es siempre exacto? No

¿Cuándo y por qué lo es?

Es exacto cuando  $n$  es un número impar. Si  $n$  es un número par no es exacto.