

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

PROBLEMA 125:

Determinar los coeficientes del polinomio

$$x^3 + px^2 + qx + r$$

Sabiendo: 1º, que se anula para $x= 1$; 2º, que toma el valor 9 para $x= 2$, y 3º, que toma el valor 40 para $x= 3$.

Solución Problema 125:

Damos los sucesivos valores de x al polinomio

1º, que se anula para $x= 1$

$$1^3 + p \cdot (1)^2 + q \cdot (1) + r = 0$$

$$p + q + r = -1 \text{ ecuación 1}$$

2º, que toma el valor 9 para $x= 2$

$$2^3 + p \cdot (2)^2 + q \cdot (2) + r = 9$$

$$8 + 4p + 2q + r = 9$$

$$4p + 2q + r = 9 - 8$$

$$4p + 2q + r = 1 \text{ ecuación 2}$$

3º, que toma el valor 40 para $x= 3$.

$$3^3 + p \cdot (3)^2 + q \cdot (3) + r = 40$$

$$27 + 9p + 3q + r = 40$$

$$9p + 3q + r = 40 - 27$$

$$9p + 3q + r = 13 \text{ ecuación 3}$$

Luego tenemos un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$p + q + r = -1 \text{ ecuación 1}$$

$$4p + 2q + r = 1 \text{ ecuación 2}$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

$$9p + 3q + r = 13 \text{ ecuación 3}$$

De las ecuaciones 1 y 2, suprimimos r:

$$p + q + r = -1 \text{ ecuación 1}$$

$$4p + 2q + r = 1 \text{ ecuación 2}$$

Multiplicamos la 1 por (-1)

$$-p - q - r = 1$$

$$4p + 2q + r = 1$$

Sumando miembro a miembro:

$$3p + q = 2$$

Despejamos q:

$$q = 2 - 3p \text{ ecuación 4}$$

De las ecuaciones 2 y 3, suprimimos r:

$$4p + 2q + r = 1 \text{ ecuación 2}$$

$$9p + 3q + r = 13 \text{ ecuación 3}$$

Multiplicamos la 2 por (-1):

$$-4p - 2q - r = -1$$

$$9p + 3q + r = 13$$

Sumando miembro a miembro:

$$5p + q = 12$$

Despejamos q:

$$q = 12 - 5p \text{ ecuación 5}$$

Igualando en q las ecuaciones 4 y 5:

$$2 - 3p = 12 - 5p$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

$$5p - 3p = 12 - 2$$

$$2p = 10$$

$$p = \frac{10}{2} = 5$$

Sustituimos el valor de p en la ecuación 5 para obtener q:

$$q = 12 - 5p \text{ ecuación 5}$$

$$q = 12 - 5 \cdot 5 = 12 - 25 = -13$$

Sustituimos los valores de p y q en la ecuación 1:

$$p + q + r = -1 \text{ ecuación 1}$$

$$r = -1 - p - q = -1 - 5 - (-13) = -6 + 13 = 7$$

Los coeficientes del polinomio P(x):

$$P(x) = x^3 + px^2 + qx + r$$

Serán:

$$P(x) = x^3 + 5x^2 - 13x + 7$$