

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 274:

Calcular el valor de los ángulos de un pentágono, sabiendo que son proporcionales a los cinco primeros múltiplos de tres.

Solución Problema 274:

La suma de los ángulos interiores de un polígono se calcula mediante la fórmula:

$$S = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

Siendo n el número de lados del polígono. En nuestro caso, es un pentágono, luego: $n = 5$

$$S = 180^\circ \cdot (n - 2) = 180^\circ \cdot (5 - 2) = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$$

Los ángulos son proporcionales a los cinco primeros múltiplos de tres.

Dos magnitudes son directamente proporcionales, si cumplen:

$$\frac{a}{b} = k$$

Por otra parte, los cinco primeros múltiplos de tres son:

$$3 \cdot 1 = 3 // 3 \cdot 2 = 6 // 3 \cdot 3 = 9 // 3 \cdot 4 = 12 // 3 \cdot 5 = 15$$

Sean x, y, z, t, u los cinco ángulos interiores del pentágono, luego:

$$\frac{x}{3} = k$$

$$x = 3k$$

$$\frac{y}{6} = k$$

$$y = 6k$$

$$\frac{z}{9} = k$$

$$z = 9k$$

$$\frac{t}{12} = k$$

$$t = 12k$$

$$\frac{u}{15} = k$$

$$u = 15k$$

Sabemos que:

$$x + y + z + t + u = 540^\circ$$

Sustituyendo los valores de x , y , z , t , u en función de k , nos queda

$$3k + 6k + 9k + 12k + 15k = 540^\circ$$

$$45k = 540^\circ$$

$$k = \frac{540^\circ}{45} = 12^\circ$$

Luego, los ángulos valdrán:

$$x = 3k = 3 \cdot 12 = 36^\circ$$

$$y = 6k = 6 \cdot 12 = 72^\circ$$

$$z = 9k = 9 \cdot 12 = 108^\circ$$

$$t = 12k = 12 \cdot 12 = 144^\circ$$

$$u = 15k = 15 \cdot 12 = 180^\circ$$