

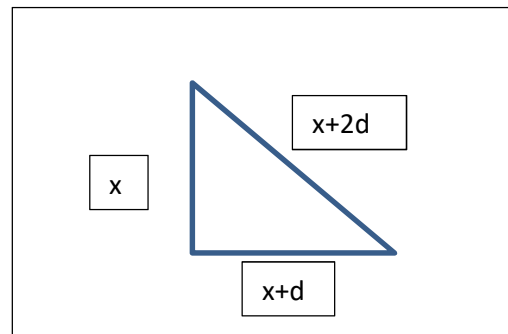
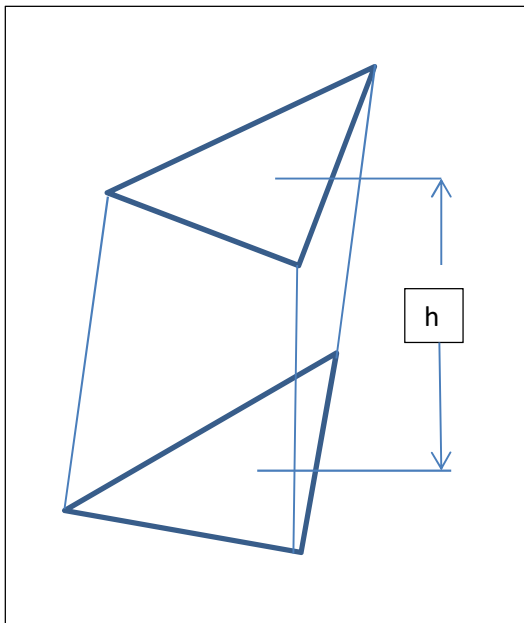
PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 72:

En un prisma recto, la base es un triángulo rectángulo y las longitudes de sus lados están en progresión aritmética, siendo 120 cm el perímetro de la base; la altura del prisma es el doble de la hipotenusa de la base. Hallar las dimensiones del prisma y su volumen.

Solución Problema 72:

Sabemos que la base es un triángulo rectángulo y que sus lados están en progresión aritmética:



Sabemos que el perímetro es 120 cm:

$$120 = x + (x + d) + (x + 2d)$$

$$120 = x + x + d + x + 2d$$

$$120 = 3x + 3d$$

$$40 = x + d$$

$$x = 40 - d \text{ ecuación 1}$$

Por otra parte, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(x + 2d)^2 = x^2 + (x + d)^2$$

$$x^2 + 4d^2 + 4d = x^2 + x^2 + d^2 + 2dx$$

$$x^2 - 2dx - 3d^2 = 0 \text{ ecuación 2}$$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$$(40 - d)^2 - 2d(40 - d) - 3d^2 = 0$$

$$1600 + d^2 - 80d - 80d + 2d^2 - 3d^2 = 0$$

$$1600 - 160d = 0$$

$$-160d = -1600$$

$$d = \frac{-1600}{-160} = 10$$

Sustituimos su valor en la ecuación 1:

$$x = 40 - d \text{ ecuación 1}$$

$$x = 40 - 10 = 30$$

Dimensiones del prisma:

Los lados del triángulo rectángulo miden:

$$\text{cateto 1: } x = 30 \text{ cm}$$

$$\text{cateto 2: } x + d = 30 + 10 = 40 \text{ cm}$$

$$\text{hipotenusa: } x + 2d = 30 + 20 = 50 \text{ cm}$$

La altura del prisma es el doble de la hipotenusa de la base:

$$h = 2(x + 2d) = 2 \cdot 50 = 100 \text{ cm}$$

Hallamos el volumen:

1º calculamos el área de la base, es decir, del triángulo rectángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600 \text{ cm}^2$$

Hallamos el volumen:

$$V = A_b \cdot h = 600 \cdot 100 = 60000 \text{ cm}^3 = 60 \text{ dm}^3 = 60 \text{ l}$$