

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Problema 119

Las tres raíces de la ecuación:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

Son números enteros. Se pide:

- Hallar las tres raíces, x_1 , x_2 y x_3
- Una vez obtenidas dichas raíces, descomponer la fracción

$$\frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

En la suma de tres fracciones,

$$\frac{A}{x - x_1}, \frac{B}{x - x_2}, \frac{C}{x - x_3}$$

Es decir, hallar A, B y C con la condición que

$$\frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} = \frac{A}{x - x_1} + \frac{B}{x - x_2} + \frac{C}{x - x_3}$$

Solución Problema 119:

- Hallar las tres raíces, x_1 , x_2 y x_3

Descomponemos factorialmente la ecuación aplicando la regla de Ruffini:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -2 \quad -1 \quad 2 \\ 1 \underline{\hspace{1cm}} \quad 1 \underline{\hspace{1cm}} \quad -1 \underline{\hspace{1cm}} \quad -2 \underline{\hspace{1cm}} \\ 1 \quad -1 \quad -2 \quad 0 \text{ (ecuación de 2º grado)} \\ -1 \underline{\hspace{1cm}} \quad -1 \underline{\hspace{1cm}} \quad 2 \underline{\hspace{1cm}} \\ 1 \quad -2 \quad 0 \text{ (ecuación de 1er grado)} \\ 2 \underline{\hspace{1cm}} \quad 2 \underline{\hspace{1cm}} \\ 1 \quad 0 \end{array}$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Por tanto:

Las soluciones pedidas son:

$$x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2$$

b) Hallar A, B y C con la condición que

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} &= \frac{A}{x - x_1} + \frac{B}{x - x_2} + \frac{C}{x - x_3} \\ \frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} &= \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{C}{x - 2} = \\ &= \frac{A(x + 1) \cdot (x - 2) + B(x - 1) \cdot (x - 2) + C(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} = \\ &= \frac{A(x^2 - x - 2) + B(x^2 - 3x + 2) + C(x^2 - 1)}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} = \\ &= \frac{Ax^2 - Ax - 2A + Bx^2 - 3Bx + 2B + Cx^2 - C}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} = \\ &= \frac{Ax^2 + Bx^2 + Cx^2 - Ax - 3Bx - 2A + 2B - C}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} = \\ &= \frac{x^2(A + B + C) + x(-A - 3B) + (-2A + 2B - C)}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} \\ \frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} &= \frac{x^2(A + B + C) + x(-A - 3B) + (-2A + 2B - C)}{(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)} \end{aligned}$$

Igualando para x^2 :

$$2 = A + B + C \text{ ecuación 1}$$

Igualando para x:

$$1 = -A - 3B \text{ ecuación 2}$$

Para el término independiente:

$$-7 = -2A + 2B - C \text{ ecuación 3}$$

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Sumando la ecuación 1 y 3:

$$-5 = -A + 3B \text{ ecuación 4}$$

De la ecuación 2 y la 4, tenemos:

$$A = 2$$

Sustituimos su valor en la ecuación 2, y tenemos:

$$B = -1$$

Sustituyendo el valor de A y B en la ecuación 1, tenemos:

$$C = 1$$

Luego:

$$\frac{2x^2 + x - 7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} = \frac{2}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{x - 2}$$