PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 116:

Reconocer que la ecuación:

$$x^3 + (a + b + 1)x^2 + (ab + 2b - 1)x + (ab - a + b - 1) = 0$$

Admite la raíz x= -1

Rebajar de grado dicha ecuación y determinar las otras dos raíces de la misma

Solución Problema 116:

Comprobamos que admite la raíz x= -1, aplicamos Ruffini:

	1	a+b+1	ab+2b-1	ab-a+b-1
-1		-1	-a-b	-ab+a-b+1
	1	a+b	ab-a+b-1	0 (ecuación de 2º grado)

Admite la raíz

$$x_1 = -1$$

Ecuación de 2º grado:

$$x^2 + (a + b)x + (ab - a + b - 1) = 0$$

Hallamos las otras dos raíces:

$$x = \frac{-(a + b) \pm \sqrt{(a + b)^2 - 4(ab - a + b - 1)}}{2} =$$

$$= \frac{-(a + b) \pm \sqrt{a^2 + b^2 + 2\text{ab} - 4\text{ab} + 4\text{a} - 4\text{b} + 4}}{2} =$$

$$= \frac{-(a + b) \pm \sqrt{a^2 + b^2 - 2\text{ab} + 4\text{a} - 4\text{b} + 4}}{2}$$

$$= \frac{-(a + b) \pm \sqrt{(a - b)^2 + 4(\text{a} - \text{b}) + 4}}{2} = \frac{-(a + b) \pm \sqrt{[(a - b) + 2]^2}}{2} =$$

$$= \frac{-(a+b) \pm [(\mathrm{a}-\mathrm{b})+2]}{2}$$

$$x_2 = \frac{-(a+b)+[\mathrm{a}-\mathrm{b}+2]}{2} = \frac{-\mathrm{a}-\mathrm{b}+\mathrm{a}-\mathrm{b}+2}{2} = \frac{-2\mathrm{b}+2}{2} = \frac{2(-\mathrm{b}+1)}{2}$$

$$x_2 = -b+1 = 1-b$$

$$x_3 = \frac{-(a+b)-[\mathrm{a}-\mathrm{b}+2]}{2} = \frac{-\mathrm{a}-\mathrm{b}-\mathrm{a}+\mathrm{b}-2}{2} = \frac{-2\mathrm{a}-2}{2} = \frac{2(-\mathrm{a}-1)}{2}$$

$$x_3 = -a-1$$

Esta expresión:

$$(a-b)^2 + 4(\mathrm{a}-\mathrm{b}) + 4$$

Se puede calcular:

$$(a-b)^2 + 4(\mathrm{a}-\mathrm{b}) + 4 = 0$$

Haciendo el cambio de variable:

$$\mathrm{t} = (\mathrm{a}-\mathrm{b})$$

Quedando:

$$t^2 + 4\mathrm{t} + 4 = 0$$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

De donde:

$$(t+2)^2 = 0$$

Sustituyendo t por su valor:

$$[(\mathrm{a}-\mathrm{b})+2]^2 = 0$$

Igualmente se puede comprobar que las soluciones x_2 y x_3 son raíces de la ecuación indicada:

$$x^3 + (a+b+1)x^2 + (ab+2b-1)x + (ab-a+b-1) = 0$$

Aplicamos Ruffini:

Para x_2= 1-b

	1	a+b+1	ab+2b-1	ab-a+b-1
1-b		-1	a-ba-2b+2	-ab+a-b+1
	1	a+2	a+1	0

Para x_3= -a-1

	1	a+b+1	ab+2b-1	ab-a+b-1
-a-1		-a-1	-ba-b	-ab+a-b+1
	1	b	b-1	0