

LOGARITMOS

Problema 97:

Sabiendo que $\lg 3 = 0,477121$, hallar el $\log x$ en la expresión:

$$x = 3 \cdot \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}}}$$

Solución Problema 97:

$$x = 3 \cdot \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}}}$$

Tomamos logaritmos en los dos miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} \log x &= \log [3 \cdot \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}}}] \\ \log x &= \log \left[3 \cdot \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}}} \right] = \log 3 + \log \left(\sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}}} \right) = \\ &= \log 3 + \log \left(3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}} \right)^{\frac{1}{3}} = \log 3 + \frac{1}{3} \log \left(3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}} \right) \end{aligned}$$

Pero:

$$\left(3 \sqrt[3]{3 \sqrt[3]{3 \dots}} \right) = x$$

Por tanto:

$$\log x = \log 3 + \frac{1}{3} \log x$$

$$\log x - \frac{1}{3} \log x = \log 3$$

$$\frac{3 \log x - \log x}{3} = \log 3$$

$$\frac{2 \log x}{3} = \log 3$$

$$2 \log x = 3 \cdot \log 3$$

$$\log x = \frac{3 \log 3}{2} = \frac{3 \cdot 0,477121}{2} = \frac{1,431363}{2} = 0,7156815$$