# FRACCIONES

Problema 77:

Sabiendo que la fracción se transforma en otra equivalente

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2 \cdot (x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 2x + 1}$$

Calcular: A+B+C+D

Solución Problema 77:

La fracción inicial ya está descompuesta en fracciones simples.

Este método se puede utilizar cuando el exponente del numerador es menor que el denominador como es en este caso.

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2 \cdot (x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 2x + 1} =$$

$$= \frac{Ax(x^2 + 2x + 1) + B(x^2 + 2x + 1) + (Cx + D)x^2}{x^2 \cdot (x+1)^2} =$$

$$= \frac{A(x^3 + 2x^2 + x) + Bx^2 + 2Bx + B + Cx^3 + Dx^2}{x^2 \cdot (x+1)^2} =$$

$$= \frac{Ax^3 + 2Ax^2 + Ax + Bx^2 + 2Bx + B + Cx^3 + Dx^2}{x^2 \cdot (x+1)^2} =$$

$$= \frac{x^3(A + C) + x^2(2A + B + D) + x(A + 2B) + B}{x^2 \cdot (x+1)^2} =$$

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2 \cdot (x+1)^2} = \frac{x^3(A + C) + x^2(2A + B + D) + x(A + 2B) + B}{x^2 \cdot (x+1)^2}$$

Como tienen el mismo denominador, podemos simplificarlos, y nos queda:

$$4x^3 - x^2 - 3x - 2 = x^3(A + C) + x^2(2A + B + D) + x(A + 2B) + B$$

Formamos un sistema de ecuaciones lineales:

Agrupamos para las $x^3$

$4 = A + C$

Agrupamos para las $x^2$:

$-1 = 2A + B + D$

Agrupamos para las x:

$-3 = A + 2B$

Agrupamos para los números:

$-2 = B$

Tenemos un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas.

Sabemos que B= -2, luego:

$-3 = A + 2B$

$-3 = A + 2(-2)$

$-3 = A - 4$

$A = 4 - 3 = 1$

Hallamos D

$-1 = 2A + B + D$

$-1 = 2 \cdot 1 - 2 + D$

$-1 = 2 - 2 + D$

$D = -1$

Hallamos C

$4 = A + C$

$4 = 1 + C$

$C = 4 - 1 = 3$

Luego:

$A + B + C + D = 1 - 2 + 3 - 1 = 1$