

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 68:

Los dígitos que forman un número de tres cifras están en progresión aritmética y suman 15, el número invertido es igual al producto del dígito de la centena por 426. ¿Cuál es el número? “

Solución Problema 68:

Sea xyz el número de tres dígitos, en el que:

x = centenas

y = decenas

z = unidades

Están en progresión aritmética:

$x = x$

$y = x + d$

$z = x + 2d$

Suman 15:

$$x + y + z = 15$$

Los ponemos en función de x :

$$x + y + z = 15$$

$$x + (x + d) + (x + 2d) = 15$$

$$x + x + d + x + 2d = 15$$

$$3x + 3d = 15$$

Simplificando entre 3:

$$x + d = 5$$

$$x = 5 - d \text{ ecuación 1}$$

El número xyz puede expresarse como:

$$100x+10y+z$$

Como el enunciado dice el número invertido, entonces será:

$$100z+10y+x$$

Luego, el número invertido es igual al producto del dígito de la centena por 426:

$$100z + 10y + x = 426x$$

$$100z + 10y + x - 426x = 0$$

$$100z + 10y - 425x = 0$$

Poniéndolo en función de x:

$$100(x + 2d) + 10(x + d) - 425x = 0$$

$$100x + 200d + 10x + 10d - 425x = 0$$

$$-315x + 210d = 0$$

Simplificando por 15:

$$-21x + 14d = 0 \text{ ecuación 2}$$

Sustituyendo el valor de x de la ecuación 1 en la 2:

$$-21(5 - d) + 14d = 0$$

$$-105 + 21d + 14d = 0$$

$$-105 + 35d = 0$$

$$35d = 105$$

$$d = \frac{105}{35} = 3$$

Hallamos el valor de x:

$$x = 5 - d \text{ ecuación 1}$$

$$x = 5 - 3 = 2$$

Hallamos el valor de y:

$$y = x + d = 2 + 3 = 5$$

Hallamos el valor de z:

$$z = y + d = 5 + 3 = 8$$

El número pedido es: 258