

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 65:

Calcula el producto de los once primeros términos de una progresión geométrica sabiendo que el término central vale 2.

Solución Problema 65:

Sean los siguientes once términos:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$$

El término central es a_6 . Por tanto tomaremos dos progresiones:

La 1ª será la formada por los elementos desde $a_1 - a_6$, de manera que:

a_1 es el 1er término

a_6 es el último término:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

En nuestro caso:

$$a_6 = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$2 = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Despejamos r^{n-1}

$$r^{n-1} = \frac{2}{a_1} \text{ ecuación 1}$$

La 2ª será la formada por los elementos desde $a_6 - a_{11}$, de manera que:

a_6 es el 1er término

a_{11} es el último término:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

En nuestro caso:

$$a_{11} = a_6 \cdot r^{n-1}$$

$$a_{11} = 2 \cdot r^{n-1}$$

Despejamos r^{n-1}

$$r^{n-1} = \frac{a_{11}}{2} \text{ ecuación 2}$$

Igualamos en r^{n-1} las ecuaciones 1 y 2:

$$\frac{2}{a_1} = \frac{a_{11}}{2}$$

$$a_1 \cdot a_{11} = 4$$

Sabemos que el producto de los términos de una progresión geométrica es:

$$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

Luego:

$$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_{11})^{11}}$$

$$P = \sqrt{(4)^{11}}$$

$$P = \sqrt{(4)^{10} \cdot 4}$$

$$P = 4^5 \cdot 2 = 2048$$