

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 63:

Tres números en progresión geométrica suman 525, y su producto vale 10^6 . Calcular dichos números.

Solución problema 63:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 525$$

Expresándolos en función de a_1 :

$$a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 = 525$$

Sacando factor común a_1

$$a_1(1 + r + r^2) = 525 \text{ ecuación 1}$$

Su producto vale 10^6 :

$$10^6 = \sqrt{[a_1(a_1 r^2)]^3}$$

$$(10^6)^2 = \sqrt{[a_1(a_1 r^2)]^3}^2$$

$$(10^6)^2 = [a_1(a_1 r^2)]^3$$

$$(10^4)^3 = [a_1(a_1 r^2)]^3$$

$$10^4 = [a_1(a_1 r^2)]$$

$$10^4 = a_1^2 \cdot r^2$$

$$10^4 = (a_1 \cdot r)^2$$

$$(10^2)^2 = (a_1 \cdot r)^2$$

$$10^2 = a_1 \cdot r$$

$$a_1 = \frac{100}{r} \text{ ecuación 2}$$

Sustituyo el valor de a_1 de la ecuación 2 en la 1:

$$a_1(1 + r + r^2) = 525 \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{100}{r}(1+r+r^2) = 525$$

$$\frac{100}{525}(1+r+r^2) = r$$

$$\frac{4}{21}(1+r+r^2) = r$$

$$4 + 4r + 4r^2 = 21r$$

$$4r^2 + 4r - 21r + 4 = 0$$

$$4r^2 - 17r + 4 = 0$$

$$r = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$r_1 = \frac{17 + 15}{8} = \frac{32}{8} = 4$$

$$r_2 = \frac{17 - 15}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Para $r_1 = 4$

$$a_1 = \frac{100}{r} \text{ ecuación 2}$$

$$a_1 = \frac{100}{4} = 25$$

Los números serán:

$$a_1 = 25$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 25 \cdot 4 = 100$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = 100 \cdot 4 = 400$$

Para $r_2 = 1/4$

$$a_1 = \frac{100}{\frac{1}{4}}$$

$$a_1 = \frac{400}{1} = 400$$

Los números serán:

$$a_1 = 400$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 400 \cdot \frac{1}{4} = 100$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = 100 \cdot \frac{1}{4} = 25$$