

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 63:

Una progresión aritmética decreciente consta de 6 términos. La suma de dichos términos vale -3, y el producto de los extremos -156. Hallar la diferencia de la progresión y el quinto término.

Solución Problema 63:

Sabemos que:

$$a_1 \cdot a_6 = -156$$

Luego,

$$a_6 = \frac{-156}{a_1} \text{ ecuación 1}$$

Sabemos que:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$-3 = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6$$

$$-3 = (a_1 + a_6) \cdot 3$$

$$a_1 + a_6 = \frac{-3}{3}$$

$$a_1 + a_6 = -1 \text{ ecuación 2}$$

Sustituimos el valor de a_6 de la ecuación 1 en la 2:

$$a_1 + \left(\frac{-156}{a_1}\right) = -1 \text{ ecuación 2}$$

$$a_1^2 - 156 = -a_1$$

$$a_1^2 + a_1 - 156 = 0$$

$$a_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 624}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-1 \pm 25}{2}$$

$$a_{11} = \frac{-1 + 25}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Hallamos a_6 , sustituyendo el valor de a_1 en la ecuación 1:

$$a_6 = \frac{-156}{a_1} \text{ ecuación 1}$$

$$a_6 = \frac{-156}{12} = -13$$

Para $a_1 = 12$, hallamos d :

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$-13 = 12 + 5d$$

$$5d = -13 - 12 = -25$$

$$d = \frac{-25}{5} = -5 \text{ solución válida}$$

Para a_{12}

$$a_{12} = \frac{-1 - 25}{2} = \frac{-26}{2} = -13$$

Hallamos a_6 , sustituyendo el valor de a_1 en la ecuación 1:

$$a_6 = \frac{-156}{a_1} \text{ ecuación 1}$$

$$a_6 = \frac{-156}{-13} = 12$$

Para $a_1 = -13$, hallamos d :

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$12 = -13 + 5d$$

$$5d = 12 + 13 = 25$$

$$d = \frac{25}{5} = 5 \text{ solución no válida}$$

Para $a_1 = 12$, $d = 5$, la solución no es válida porque el enunciado nos dice que la progresión es decreciente y una progresión aritmética es decreciente cuando la diferencia es negativa, y en este caso es positiva.