

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 62:

La suma de los términos de una progresión aritmética es 199,5; el último término es 24 y la diferencia de la progresión 1,5. Calcular el número de términos y el término primero.

Solución Problema 62:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$24 = a_1 + (n - 1) \cdot 1,5 = a_1 + 1,5n - 1,5$$

$$24 + 1,5 = a_1 + 1,5n$$

$$25,5 = a_1 + 1,5n$$

$$a_1 = 25,5 - 1,5n$$

Sabemos que:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$199,5 = \frac{(25,5 - 1,5n) + 24}{2} \cdot n$$

$$399 = (25,5 - 1,5n + 24) \cdot n$$

$$399 = (49,5 - 1,5n) \cdot n$$

$$399 = 49,5n - 1,5n^2$$

$$1,5n^2 - 49,5n + 399 = 0$$

Simplificando por 1,5:

$$n^2 - 33n + 266 = 0$$

$$n = \frac{33 \pm \sqrt{1089 - 1064}}{2} = \frac{33 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{33 \pm 5}{2}$$

$$n_1 = \frac{33 + 5}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

$$n_2 = \frac{33 - 5}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

Para $n = 19$:

$$a_1 = 25,5 - 1,5n$$

$$a_1 = 25,5 - 1,5 \cdot 19 = 25,5 - 28,5 = -3$$

Para $n = 14$:

$$a_1 = 25,5 - 1,5n$$

$$a_1 = 25,5 - 1,5 \cdot 14 = 25,5 - 21 = 4,5$$