PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 133:

El trinomio de segundo grado

$$y = 5x^2 + \frac{2}{3}(b^2 - b)x + b$$

Toma valores iguales y de signo contrario para x= 1 y x= -1. Se pide:
1º Calcular el valor de b.

2º Sustituir b por el valor obtenido y descomponer el trinomio que resulte en un producto de factores lineales.

Solución Problema 133:

1º Calcular el valor de b.

Para ello sustituimos el valor de x en cada caso en el trinomio:

Para x= 1

$$y = 5(1)^2 + \frac{2}{3}(b^2 - b) \cdot 1 + b = 5 + \frac{2}{3}(b^2 - b) + b =$$

$$= 5 + \frac{2b^2}{3} - \frac{2b}{3} + b = \frac{15 + 2b^2 - 2b + 3b}{3} = \frac{2b^2 + b + 15}{3}$$

Para x= -1

$$y = 5(-1)^2 + \frac{2}{3}(b^2 - b) \cdot (-1) + b = 5 + (\frac{2b^2}{3} - \frac{2b}{3})(-1) + b =$$

$$= 5 - \frac{2b^2}{3} + \frac{2b}{3} + b = \frac{15 - 2b^2 + 2b + 3b}{3} = \frac{-2b^2 + 5b + 15}{3}$$

Igualamos en y ambas ecuaciones:

$$\frac{2b^2 + b + 15}{3} = \frac{-2b^2 + 5b + 15}{3}$$

$$2b^2 + b + 15 = -2b^2 + 5b + 15$$

$$4b^2 + b - 5b = 0$$

$4b^2 - 4b = 0$

$4b(b-1) = 0$

Dos soluciones:

1ª solución

$4b = 0$

$b = 0$

Sustituimos su valor en el trinomio, y hacemos la descomposición en factores

$$y = 5x^2 + \frac{2}{3}(b^2 - b)x + b$$

$$y = 5x^2 + \frac{2}{3}(0-0)x + 0 = 5x^2$$

$$y = 5x^2 = \left(x\sqrt{5}\right) \cdot (x\sqrt{5})$$

1ª solución

$b - 1 = 0$

$b = 1$

Sustituimos su valor en el trinomio, y hacemos la descomposición en factores

$$y = 5x^2 + \frac{2}{3}(1^2 - 1)x + 1$$

$$y = 5x^2 + \frac{2}{3}(0)x + 1 = 5x^2 + 1$$

$$5x^2 + 1 = 0$$

$$\frac{5}{5}x^2 + \frac{1}{5} = \frac{0}{5}$$

$$x^2 + \frac{1}{5} = 0$$

$$x^2 = -\frac{1}{5}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{1}{5}} = \pm\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{5}} = \pm\frac{\sqrt{-1}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \pm\frac{\sqrt{5}i}{5}$$

Luego,

$$y = \left(x + \frac{\sqrt{5}i}{5}\right)\cdot(\left(x - \frac{\sqrt{5}i}{5}\right)$$