PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 184:

Demostrar que si a+b+c= 180º, se verifica la siguiente igualdad:

$$cos^2a + cos^2b + cos^2c + 2\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c = 1$$

Solución Problema 184:

a+b+c= 180º significa que son suplementarios, luego:

(a+b)= c

Por tanto,

$$\cos(a+b) = -cos\ c$$

$$\cos a\cdot\cos b - sena\cdot sen\ b = -cos\ c$$

$$\cos a\cdot\cos b + cos\ c = sena\cdot sen\ b$$

$$(\cos a\cdot\cos b + \cos c)^2 = (sena\cdot sen\ b)^2$$

$$cos^2a\cdot cos^2b + cos^2c + 2\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c = sen^2a\cdot sen^2b$$

$$cos^2a\cdot cos^2b - sen^2a\cdot sen^2b + cos^2c + 2\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c =$$

$$= cos^2a\cdot cos^2b - (1 - cos^2a)\cdot(1 - cos^2b) + cos^2c + 2\cos a\cdot\cos b\cdot\cos c =$$

$$= cos^2 a \cdot\ cos^2 b - \ [1 - cos^2 a - cos^2 b + cos^2 a \cdot\ cos^2 b] + \ cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c =$$

$$= cos^2 a \cdot\ cos^2 b - \ 1 + cos^2 a + cos^2 b - cos^2 a \cdot\ cos^2 b + \ cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c =$$

$$= -1 + cos^2 a + cos^2 b + \ cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c =$$

$$= cos^2 a + cos^2 b + \ cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c = 1$$