PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 123:

Hallar el valor de la constante p para que satisfaga la condición que se indica en la siguiente ecuación:

$$(2p+1)x^2+px+\mathrm{p}=4(\mathrm{px}+2)$$

La suma de sus raíces sea igual a su producto.

Solución Problema 123:

$$(2p+1)x^2+px+\mathrm{p}=4(\mathrm{px}+2)$$

$$(2p+1)x^2+px+\mathrm{p}=4\mathrm{px}+8$$

$$(2p+1)x^2+px+\mathrm{p}-4\mathrm{px}-8=0$$

$$(2p+1)x^2-3px+\mathrm{p}-8=0$$

a= 2p+1

b= -3p

c= p-8

Sabemos que:

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

Y la suma de sus raíces sea igual a su producto:

$$x_1+x_2=x_1\cdot x_2$$

Luego:

$$x_1+x_2=\frac{-(-3p)}{2p+1}=\frac{3p}{2p+1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{p-8}{2p+1}$$

Por tanto:

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$$

$$\frac{3p}{2p+1} = \frac{p-8}{2p+1}$$

$$3p \cdot (2p+1) = (p-8) \cdot (2p+1)$$

$$6p^2 + 3p = 2p^2 - 16p + p - 8$$

$$6p^2 - 2p^2 + 3p + 16p - p + 8 = 0$$

$$4p^2 + 18p + 8 = 0$$

Simplificando por 2:

$$2p^2 + 9p + 4 = 0$$

$$p = \frac{-9 \pm \sqrt{81-32}}{4} = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-9 \pm 7}{4}$$

$$p_1 = \frac{-9+7}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \; solución\ no\ válida$$

$$p_2 = \frac{-9-7}{4} = \frac{-16}{4} = -4 \text{ solución válida}$$