PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 156:

Simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos a + \cos b)^2 - \frac{1}{2}(\operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b)^2 - \cos(a+b)}{\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)}$$

Solución Problema 156:

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos a + \cos b)^2 - \frac{1}{2}(\operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b)^2 - \cos(a+b)}{\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)}$$

Sabemos que:

$$cos\ x \cdot cos\ y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

Hacemos la siguiente aclaración:

$$x = a + b$$

$$y = a - b$$

Luego:

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}\{\cos[(a+b) - (a-b)] + \cos[(a+b) + (a-b)]\}$$

$$\frac{1}{2}\{\cos[\,a+b-a+b]+\cos[\,a+b+a-b]\}=\frac{1}{2}\{\cos 2b+\cos 2a\}$$

Por tanto:

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos a+\cos b)^2-\frac{1}{2}(\operatorname{sen} a+\operatorname{sen} b)^2-\cos(a+b)}{\cos(a+b)\cdot\cos(a-b)}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos a+\cos b)^2-\frac{1}{2}(\operatorname{sen} a+\operatorname{sen} b)^2-\cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b+\cos 2a\}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}(cos^2a+cos^2b+2\cos a\cdot\cos b)-\frac{1}{2}(sen^2a+sen^2b+2sen\,a\cdot sen\,b)-\cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b+\cos 2a\}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}(cos^2a+cos^2b+2\cos a\cdot\cos b-sen^2a-sen^2b-2sen\,a\cdot sen\,b)-\cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b+\cos 2a\}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}[(cos^2a-sen^2a)+(cos^2b-sen^2b)+2\,(\cos a\cdot\cos b-sen\,a\cdot sen\,b)]-\cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b+\cos 2a\}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) + \frac{1}{2} \cdot 2\,(\cos a \cdot \cos b - sen\ a \cdot sen\ b) - \cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b + \cos 2a\}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) + \cos(a+b) - \cos(a+b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b + \cos 2a\}} = \frac{\frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b)}{\frac{1}{2}\{\cos 2b + \cos 2a\}} = 1$$