

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 154:

Simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{\cotg \frac{a}{2} - \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{\operatorname{cosec} 2a + \cotg 2a}$$

Solución Problema 154:

$$\frac{\cotg \frac{a}{2} - \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{\operatorname{cosec} 2a + \cotg 2a} = \frac{\frac{\cos \frac{a}{2}}{\operatorname{sen} \frac{a}{2}} - \frac{\operatorname{sen} \frac{a}{2}}{\cos \frac{a}{2}}}{\frac{1}{\operatorname{sen} 2a} + \frac{\cos 2a}{\operatorname{sen} 2a}} = \frac{\frac{\cos^2 \frac{a}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2}}{\operatorname{sen} \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2}}}{\frac{1 + \cos 2a}{\operatorname{sen} 2a}} =$$

Sabemos que:

$$\cos^2 \frac{a}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{a}{2} = \cos a$$

Y

$$1 + \cos 2a = 2\cos^2 a$$

Luego:

$$\frac{\cos a}{\frac{\sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2}}{\frac{2\cos^2 a}{\sin 2a}}}$$

Multiplicando por 2 el numerador:

$$\frac{2 \cdot \cos a}{\frac{2 \cdot \sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2}}{\frac{2\cos^2 a}{\sin 2a}}}$$

Sabemos que:

$$2 \cdot \sin \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{a}{2} = \sin a$$

Luego:

$$\frac{\frac{2 \cdot \cos a}{\sin a}}{\frac{2\cos^2 a}{\sin 2a}} = \frac{2 \cdot \cos a \cdot \sin 2a}{2\cos^2 a \cdot \sin a} = \frac{2 \cdot \cos a \cdot 2 \cdot \sin a \cdot \cos a}{2\cos^2 a \cdot \sin a} = 2$$