PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 55:

Los dos primeros términos de una progresión geométrica son:

$$a_1 = \frac{b}{(1+c)}$$

Y

$$a_2 = \frac{b}{(1+c)^2}$$

Demostrar que la suma de los n primeros términos de esta progresión viene dada por la expresión:

$$S = b \cdot [\frac{1-(1+c)^{-n}}{c}]$$

Solución Problema 55:

Hallamos la razón:

$$r = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{\frac{b}{(1+c)^2}}{\frac{b}{(1+c)}} = \frac{1}{(1+c)}$$

Hallamos a_n:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{b}{(1+c)} \cdot [\frac{1}{(1+c)}]^{n-1} = \frac{b}{(1+c)^n}$$

Calculamos la suma de los n primeros términos:

$$S_n = \frac{a_n \cdot \mathrm{r} - a_1}{\mathrm{r} - 1} = \frac{\frac{b}{(1+c)^n} \cdot \frac{1}{(1+c)} - \frac{b}{(1+c)}}{\frac{1}{(1+c)} - 1} = \frac{\frac{b}{(1+c)^{n+1}} - \frac{b}{(1+c)}}{\frac{1-1-c}{(1+c)}} =$$

$$= \frac{\frac{b - b(1+c)^n}{(1+c)^{n+1}}}{\frac{-c}{(1+c)}} = \frac{[b - b(1+c)^n] \cdot (1+c)}{-c \cdot (1+c)^{n+1}} = \frac{b - b(1+c)^n}{-c \cdot (1+c)^n} =$$

$$= -\frac{b}{c \cdot (1+c)^n} + \frac{b(1+c)^n}{c \cdot (1+c)^n} = = +\frac{b}{c} - \frac{b}{c \cdot (1+c)^n} = \frac{b}{c} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+c)^n}\right] =$$

$$\frac{b}{c} \cdot [1 - (1+c)^{-n}] = \mathrm{b} \cdot [\frac{1 - (1+c)^{-n}}{c}]$$