

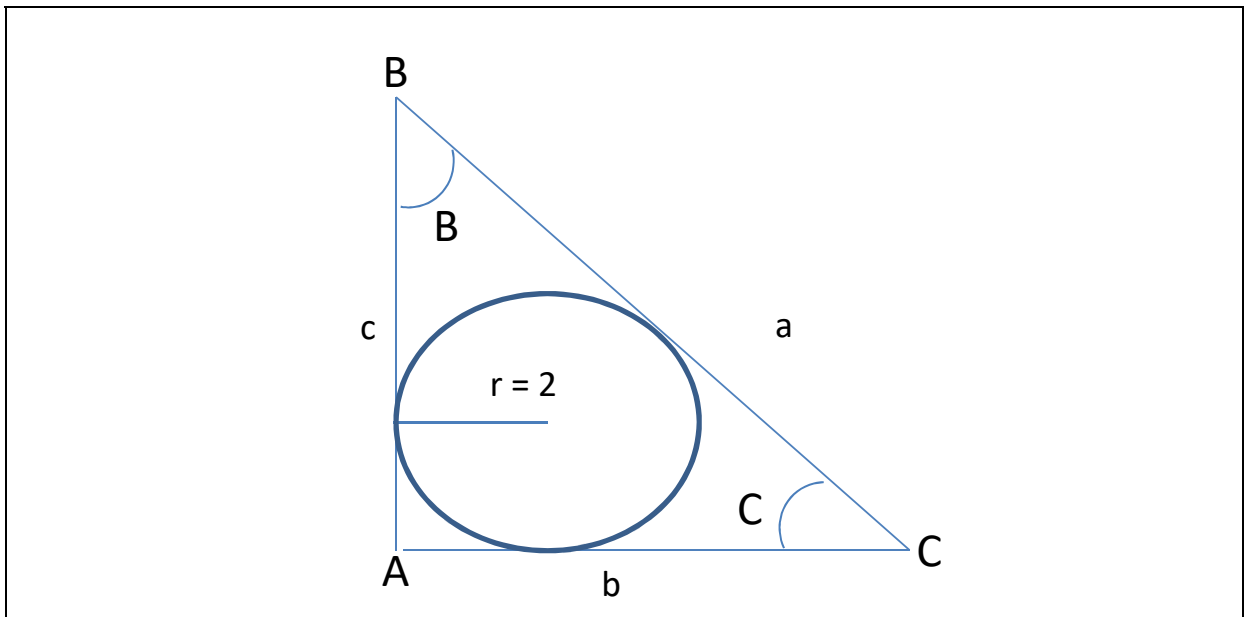
## PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

### Problema 141:

Calcular los elementos de un triángulo rectángulo de  $24 \text{ m}^2$  de superficie, midiendo  $2 \text{ m}$  el radio del círculo inscrito.

### Solución Problema 141:

Hacemos el croquis:



Sabemos que:

$$A = \frac{b \cdot c}{2} = 24$$

$$b \cdot c = 48 \text{ ecuación 1}$$

Aplicando la siguiente propiedad del círculo inscrito en un triángulo rectángulo que nos relaciona el radio con los catetos e hipotenusa:

$$r = \frac{b \cdot c}{a + b + c} \text{ ecuación 2}$$

Aplicamos, igualmente, el teorema de Poncelet:

$$r = \frac{b + c - a}{2} \text{ ecuación 3}$$

De manera que de la ecuación 2 obtenemos:

$$2 = \frac{48}{a + b + c}$$

$$2(a + b + c) = 48$$

$$a + b + c = 24$$

$$a = 24 - (b + c) \text{ ecuación 4}$$

Y de la ecuación 3:

$$2 = \frac{b + c - a}{2}$$

$$4 = b + c - a$$

$$a = b + c - 4 \text{ ecuación 5}$$

De las ecuaciones 4 y 5:

$$24 - (b + c) = b + c - 4$$

$$2b + 2c = 28$$

$$b + c = 14$$

$$b = 14 - c \text{ ecuación 6}$$

De la ecuación 1 y 6 tenemos:

$$(14 - c) \cdot c = 48$$

$$14c - c^2 = 48$$

$$c^2 - 14c + 48 = 0$$

$$c = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{14 \pm 2}{2}$$

$$c_1 = \frac{14 + 2}{2} = 8 \text{ m}$$

$$c_2 = \frac{14 - 2}{2} = 6 \text{ m}$$

Para  $c = 8$

Hallamos los valores de  $b$  y  $a$ :

$$b = 14 - c = 14 - 8 = 6 \text{ m}$$

$$a = b + c - 4 = 6 + 8 - 4 = 10 \text{ m}$$

Hallamos los valores de los ángulos  $B$  y  $C$ :

$$\operatorname{tg} C = \frac{c}{b} = \frac{8}{6} = 1,3$$

$$C = \operatorname{arctg} 1,3 = 53^{\circ},13 = 53^{\circ}7'48''$$

$$B = 90^{\circ} - 53^{\circ},13 = 36^{\circ},87 = 36^{\circ}52'12''$$