

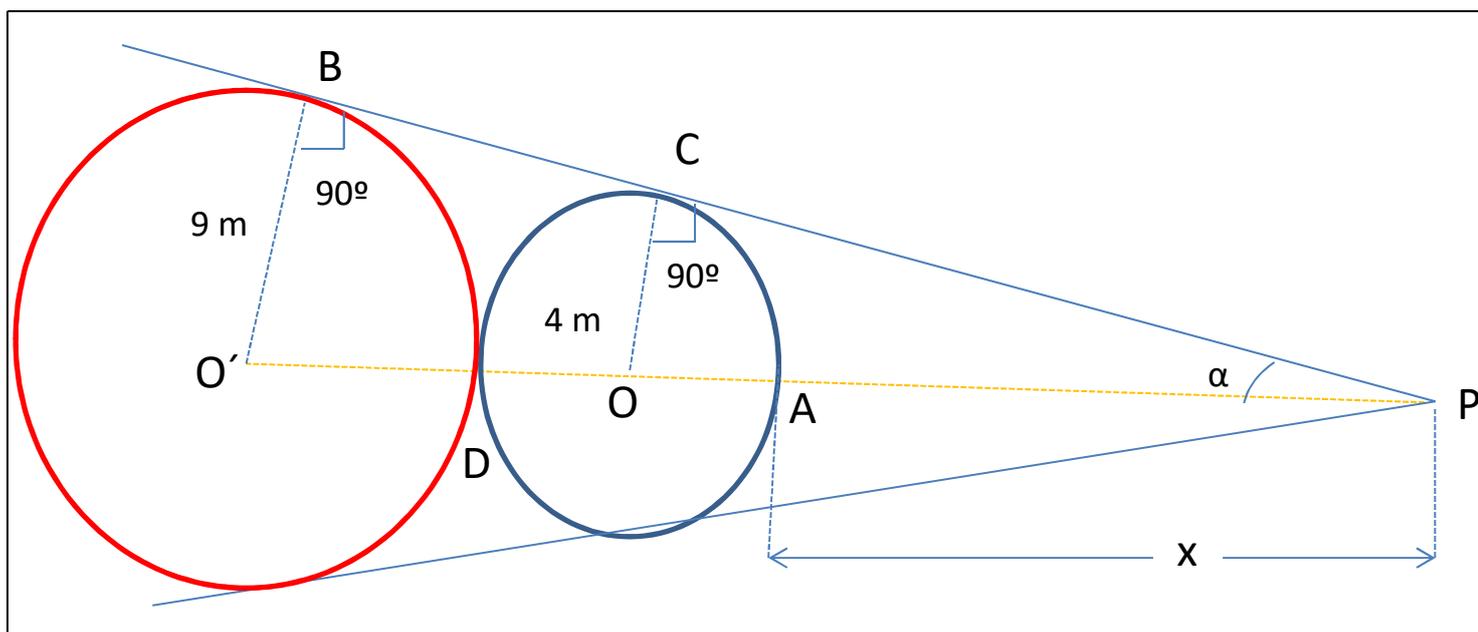
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 118:

Dos circunferencias son tangentes exteriormente y sus radios miden 9 metros y 4 metros, respectivamente. Halla el ángulo 2α que forman sus tangentes comunes.

Solución Problema 118:

Hacemos el croquis:



En el triángulo rectángulo PBO':

La hipotenusa PO' es:

$$O'P = O'D + DO + OA + AP = O'D + DO + OA + x$$

$$O'P = 9 + 4 + 4 + x = 17 + x$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{9}{17 + x} \text{ ecuación 1}$$

En el triángulo rectángulo PCO:

La hipotenusa PO es:

$$OP = OA + AP = OA + x$$

$$OP = OA + AP = 4 + x$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4}{4 + x} \quad \text{ecuación 2}$$

Igualando la ecuación 1 y 2:

$$\frac{9}{17 + x} = \frac{4}{4 + x}$$

$$9(4 + x) = 4(17 + x)$$

$$36 + 9x = 68 + 4x$$

$$9x - 4x = 68 - 36$$

$$5x = 32$$

$$x = \frac{32}{5} = 6,4 \text{ m}$$

Sustituyendo su valor en la ecuación 1:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{17 + x}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{17 + 6,4} = \frac{9}{23,4} = 0,385 \text{ aproximadamente}$$

$$\alpha = \operatorname{arcsen} 0,385 = 22,62^\circ$$

Luego el ángulo pedido será:

$$2\alpha = 2 \cdot 22,62^\circ = 45,24^\circ \text{ aproximadamente}$$