

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

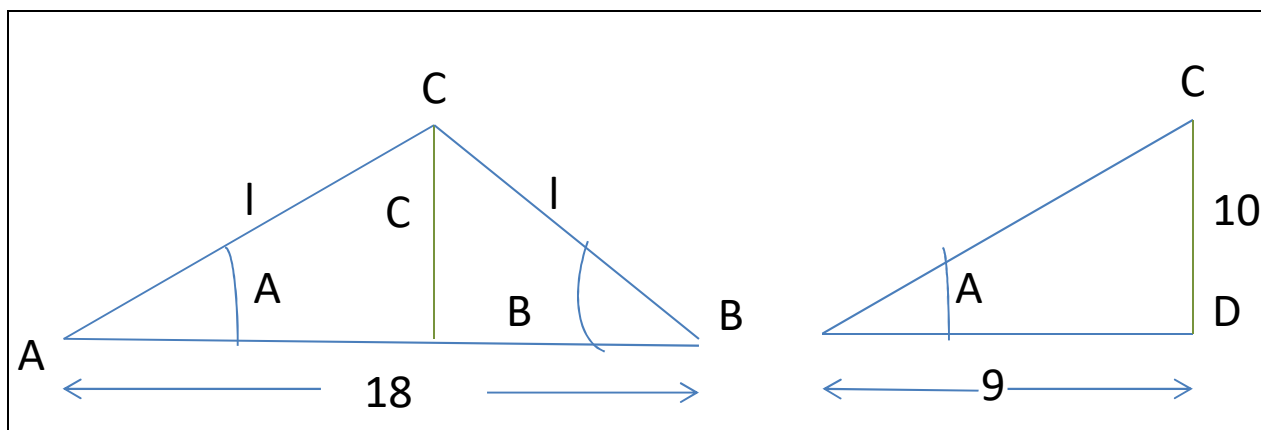
Problema 81:

De un triángulo isósceles conocemos su lado desigual, 18 m; y su altura, 10m. ¿Cuánto miden sus ángulos?

Solución Problema 81:

Lo vamos a resolver por dos métodos:

Método 1: hacemos el croquis:



$$\operatorname{tg} A = \frac{10}{9}$$

$$A = \operatorname{arctg} \frac{10}{9} = 48,01^\circ$$

El ángulo B vale exactamente igual que A:

$$B = \operatorname{arctg} \frac{10}{9} = 48,01^\circ$$

El ángulo C será:

$$C = 180 - (A + B) = 180 - (48,01 + 48,01) = 180 - 96,02 = 83,98$$

Método 2: empleando las fórmulas de Briggs, que permiten hallar los ángulos conociendo los lados.

Calculamos mediante el teorema de Pitágoras la longitud de los dos lados iguales:

$$l^2 = 10^2 + 9^2$$

$$l^2 = 100 + 81 = 181$$

$$l = \sqrt{181} = 13,453 \text{ m}$$

A continuación aplicamos las fórmulas de Briggs:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

$p = \text{semiperímetro}$

Luego;

$$p = \frac{13,453 + 13,453 + 18}{2} = \frac{44,906}{2} = 22,453 \text{ m}$$

$$p - a = 22,453 - 13,453 = 9$$

$$p - b = 22,453 - 13,453 = 9$$

$$p - c = 22,453 - 18 = 4,453$$

Aplicamos las fórmulas:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 4,453}{22,453 \cdot 9}} = 0,445$$

$$\frac{A}{2} = \operatorname{arctg} 0,445 = 23,989$$

$$A = 2 \cdot 23,989 = 47,978^\circ$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 4,453}{22,453 \cdot 9}} = 0,445$$

$$\frac{B}{2} = \operatorname{arctg} 0,445 = 23,989$$

$$B = 2 \cdot 23,989 = 47,978^\circ$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 9}{22,453 \cdot 4,453}} = 0,900$$

$$\frac{C}{2} = \operatorname{arctg} 0,900 = 41,987$$

$$C = 2 \cdot 41,987 = 83,974^\circ$$