PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 55:

Calcular el número de términos de una progresión aritmética cuyo primer término es (a-2), la diferencia (2-a) y su suma (10-5a)

Solución Problema 55:

$$a_1 = (a-2)$$

$$\mathrm{d} = 2-a$$

$$S_n = (10-5a)$$

Sabemos que:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

Luego:

$$a_n = (a-2) + (n-1)\cdot(2-a) = a-2+2n-2-an+a$$

$$a_n = 2a-4+2n-an\ (ecuación\ 1)$$

Sabemos que:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$$

Luego, sustituyendo el valor de a_n en función de a_1 de la ecuación 1:

$$(10-5a) = \frac{(a-2)+(2a-4+2n-an)}{2}\cdot n$$

$$(10-5a) = \frac{a-2+2a-4+2n-an}{2}\cdot n$$

$$(10-5a) = \frac{3a-6+2n-an}{2}\cdot n$$

$$20-10a = (3a-6+2n-an)\cdot n$$

$$2n^2 - an^2 + 3an - 6n + 10a - 20 = 0$$

$$n^2(2-a) + n(3a-6) + 10a - 20 = 0$$

$$n=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{(3a-6)^2-4[(2-a)\cdot(10a-20)}}{2(2-a)}=$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{(3a-6)^2-4[20a-10a^2-40+20a]}}{2(2-a)}$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{(3a-6)^2-4[40a-40-10a^2]}}{2(2-a)}$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{9a^2+36-36\text{a}-[160a-160-40a^2]}}{2(2-a)}$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{9a^2+36-36\text{a}-160a+160+40a^2}}{2(2-a)}$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{49a^2-196a+196}}{2(2-a)}$$

$$=\frac{-(3a-6)\pm\sqrt{(7a-14)^2}}{2(2-a)}=\frac{-(3a-6)\pm(7a-14)}{2(2-a)}$$

Dos soluciones:

$$n_1=\frac{-3a+6+7a-14}{2(2-a)}=\frac{4a-8}{2(2-a)}=\frac{4(a-2)}{2(2-a)}=\frac{2(a-2)}{(2-a)}$$

$$n_1=\frac{2(a-2)}{(2-a)}\ solución\ no\ válida\ porque\ n\ tiene\ que\in N$$

$$n_2=\frac{-3a+6-7a+14}{2(2-a)}=\frac{-10a+20}{2(2-a)}=\frac{10(2-a)}{2(2-a)}=5$$

El número de términos es: n= 5