

COMBINATORIA

Problema 43:

Calcular la suma de todos los números de cinco cifras distintas que pueden formarse con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5

Solución Problema 43:

En este caso tomamos las 5 cifras del conjunto, varía el orden porque el número $12345 \neq 13245$, y al ser distintas no hay repetición, luego son permutaciones sin repetición

$$P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Calculamos el número de veces que cada dígito aparece en las columnas de las unidades, decenas, centenas, unidades de millar y decenas de millar para hacer la suma.

De manera intuitiva, el número 5 aparecerá en la columna de las unidades:

1234**5**//2134**5**//3124**5**//4123**5**

1342**5**//2143**5**//3142**5**//4132**5**

1423**5**//2314**5**//3214**5**//4213**5**

1243**5**//2341**5**//3241**5**//4231**5**

1324**5**//2413**5**//3412**5**//4312**5**

1432**5**//2431**5**//3421**5**//4321**5**

Completadas todas las agrupaciones, son 24, es decir, el número de permutaciones dividido entre el número de dígitos (5) que componen el número completo multiplicado por el número de veces que se repite (en este caso, solo 1 vez)

Número de veces que el 5 aparece en la columna de las unidades:

$$\frac{120}{5} \times 1 = 24$$

Número de veces que el 4 aparece en la columna de las unidades:

$$\frac{120}{5} \times 1 = 24$$

Número de veces que el 3 aparece en la columna de las unidades:

$$\frac{120}{5} \times 1 = 24$$

Número de veces que el 2 aparece en la columna de las unidades:

$$\frac{120}{5} \times 1 = 24$$

Número de veces que el 1 aparece en la columna de las unidades:

$$\frac{120}{5} \times 1 = 24$$

Luego la suma de 1, 2, 3, 4 y 5 en la columna de las unidades será:

$$5 \times 24 + 4 \times 24 + 3 \times 24 + 2 \times 24 + 1 \times 24 = 24(5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 24 \times 15 \\ = 360 \text{ unidades}$$

En la columna de las decenas (1 decena=10 unidades) será:

$$360 \text{ decenas} = 360 \times 10 = 3.600 \text{ unidades}$$

En la columna de las centenas (1 centena=100 unidades) será:

$$360 \text{ centenas} = 360 \times 100 = 36.000 \text{ unidades}$$

En la columna de las unidades de mil (1 unidad de mil=1.000 unidades) será:

$$360 \text{ unidades de mil} = 360 \times 1.000 = 360.000 \text{ unidades}$$

En la columna de las decenas de mil (1 decena de mil=10.000 unidades) será:

$$360 \text{ decenas de mil} = 360 \times 10.000 = 3.600.000 \text{ unidades}$$

La suma total será:

$$S_T = 360 + 3.600 + 36.000 + 360.000 + 3.600.000 = 3.999.960$$