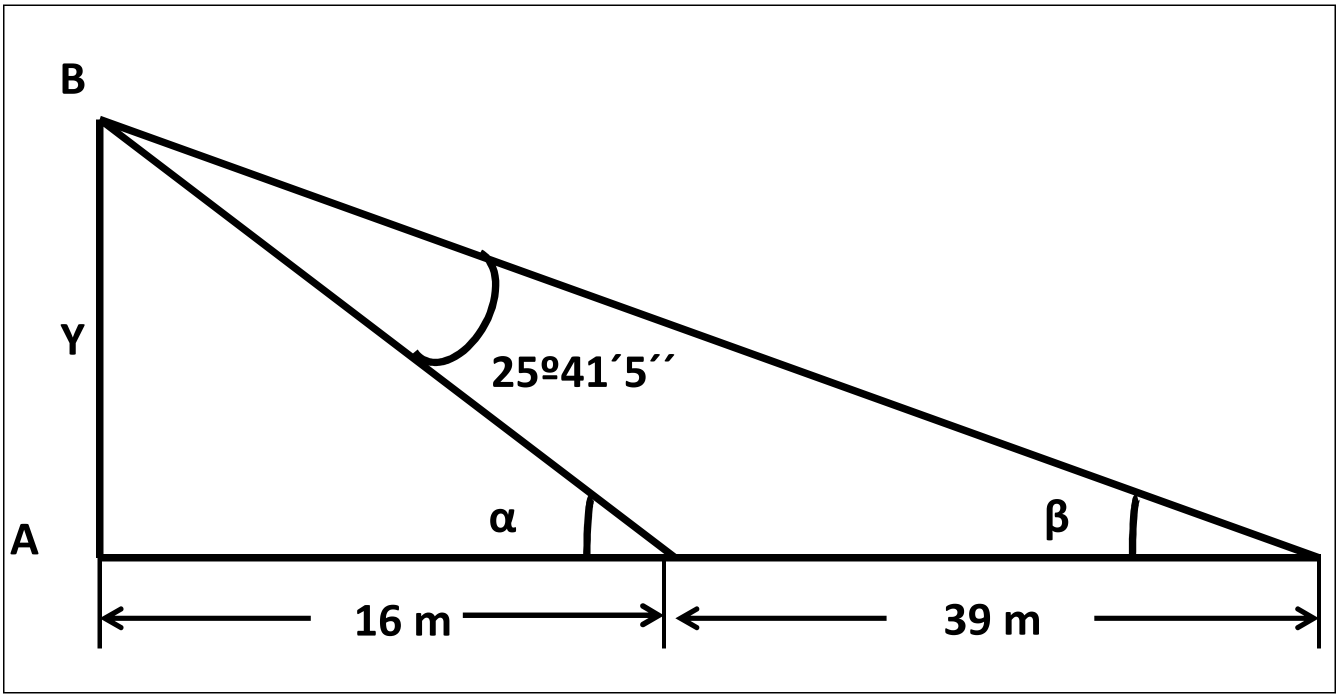
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 43:

Con los datos que se acotan en la figura, calcular la longitud de AB

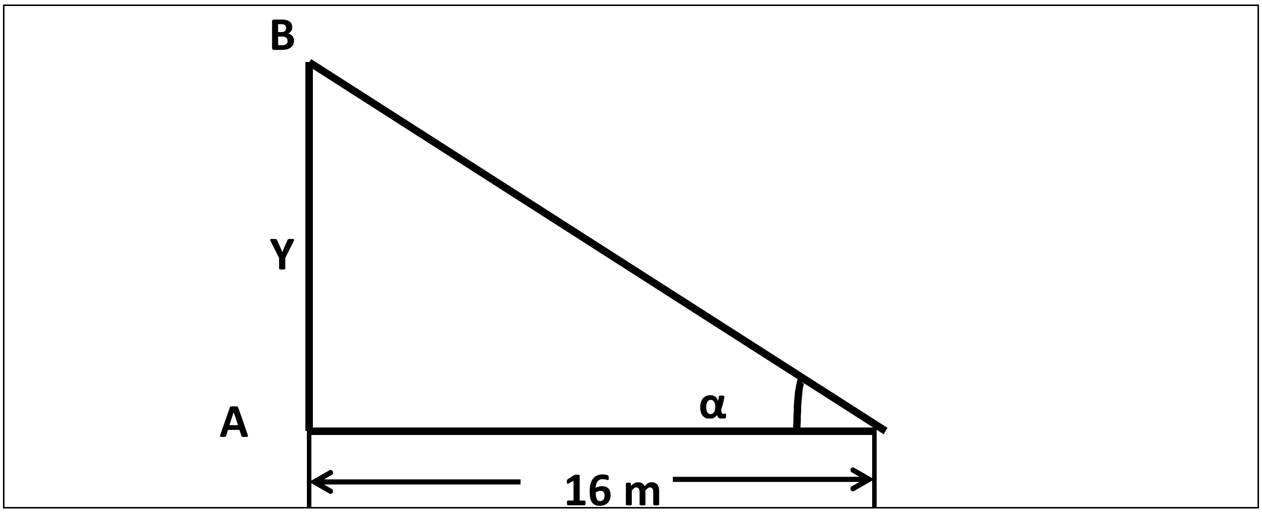


Solución Problema 43:

Pasamos lo 25º41´5´´ todo a grados, y queda:

$$25º + \frac{41}{60} + \frac{5}{3600} = 25{,}68471º\ (aprox)$$

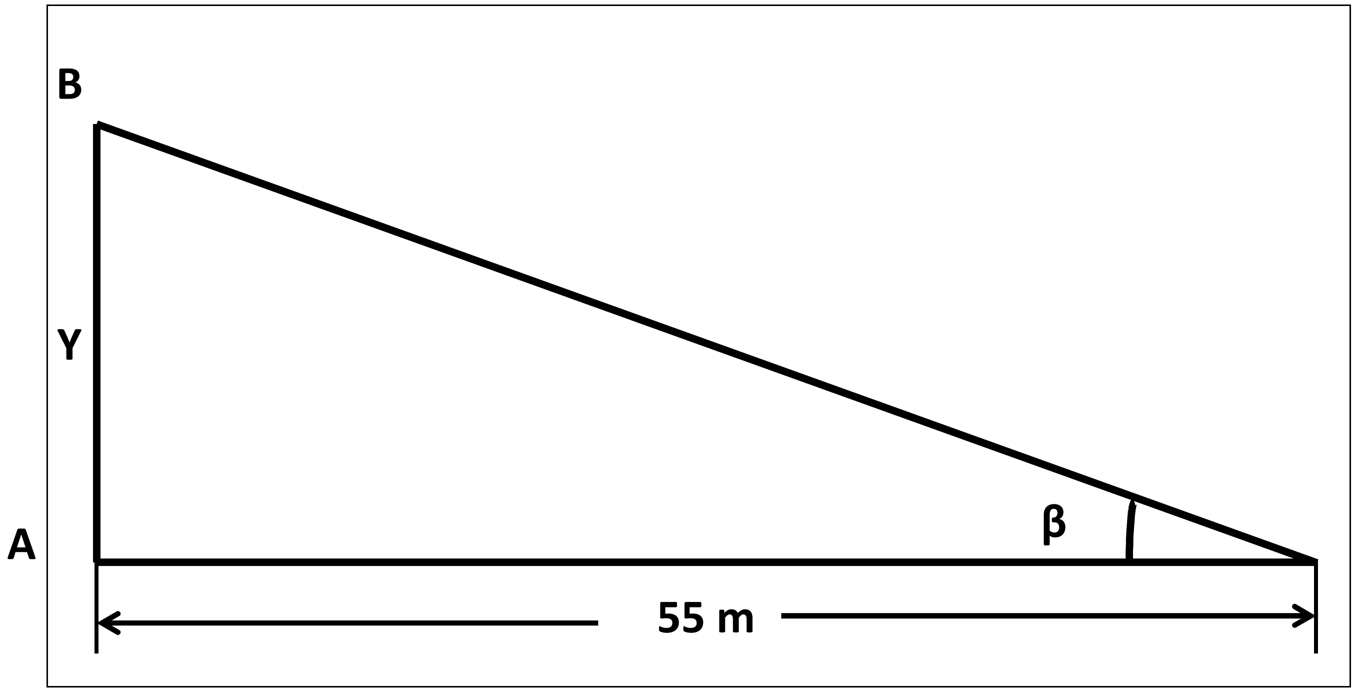
Del triángulo:



Obtenemos:

$$tg\ \alpha = \frac{y}{16}\ ecuación\ 1$$

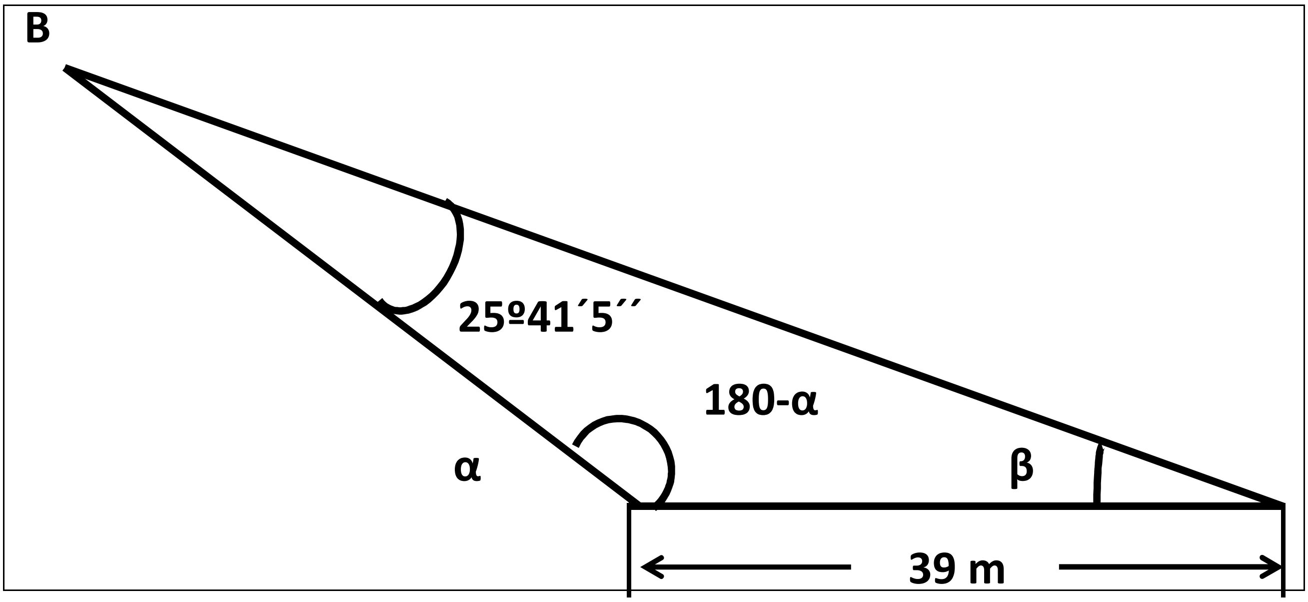
Del triángulo



Obtenemos:

$$tg\ \beta = \frac{y}{55}\ ecuación\ 2$$

Ahora vamos a obtener la relación entre α y β del triángulo:



$\beta = 180 - [(180 - \alpha) + 25{,}68471º]$

$\beta = 180 - 180 + \alpha - 25{,}68471º$

$\beta = \alpha - 25{,}68471º \;\; ecuación\ 3$

Sustituyendo el valor de β en la ecuación 2, tenemos:

$$tg\ \beta = \frac{y}{55}\ ecuación\ 2$$

$$tg\ (\alpha - 25{,}68471º) = \frac{y}{55}\ ecuación 3$$

Aplicando la fórmula de la tangente de la diferencia a la ecuación 3, tenemos:

$$tg\ (a - b) = \frac{tga - tgb}{1 + tga.tgb}$$

$$\frac{tg\alpha - tg25{,}68471º}{1 + tg\alpha.tg25{,}68471º} = \frac{y}{55}$$

Sustituyendo el valor de tg α de la ecuación 1

$$tg\ \alpha = \frac{y}{16}\ ecuación\ 1$$

Tenemos,

$$\frac{\frac{y}{16} - tg25{,}68471º}{1 + \frac{y}{16}.tg25{,}68471º} = \frac{y}{55}$$

Calculando el valor de tg 25,68471º

$$\frac{\frac{y}{16} - 0{,}4809}{1 + \frac{y}{16}.0{,}4809} = \frac{y}{55}$$

$$\frac{\frac{y - 7{,}6944}{\cancel{16}}}{\frac{16 + 0{,}4809y}{\cancel{16}}} = \frac{y}{55}$$

$$\frac{y-7{,}6944}{16+0{,}4809y}=\frac{y}{55}$$

$$55(y-7{,}6944)=y(16+0{,}4809y)$$

$$55y-423{,}192=16y+0{,}4809y^2$$

$$0{,}4809y^2-39y+423{,}192=0$$

$$\mathrm{y}=\frac{39\pm\sqrt{1521-814{,}0521}}{0{,}9618}=\frac{39\pm\sqrt{706{,}9479}}{0{,}9618}=\frac{39\pm 26{,}588}{0{,}9618}$$

$$\boldsymbol{y_1}=\frac{39+26{,}588}{0{,}9618}=\frac{65{,}588}{0{,}9618}=\mathbf{68{,}192}\ \boldsymbol{metros}$$

$$\boldsymbol{y_2}=\frac{39-26{,}588}{0{,}9618}=\frac{12{,}412}{0{,}9618}=\mathbf{12{,}904}\ \boldsymbol{metros}$$