

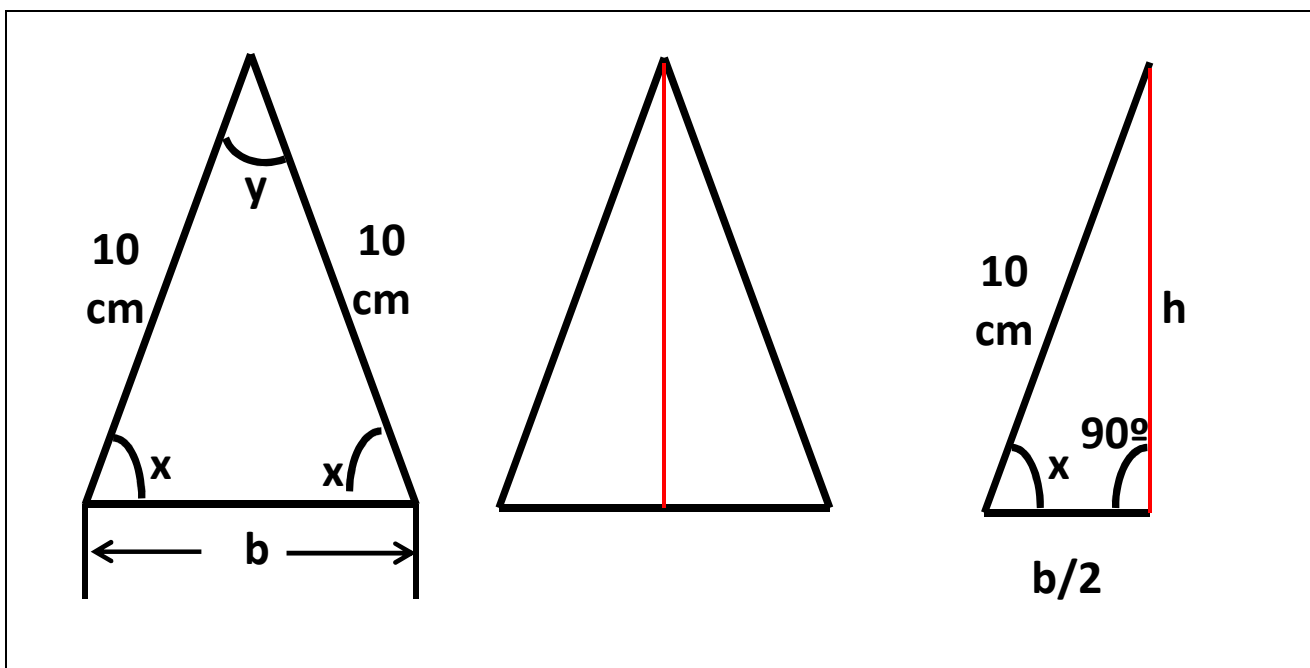
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 42:

En un triángulo isósceles los dos lados iguales miden 10 cm y su área vale 48 cm^2 . Calcula el valor de sus ángulos

Solución Problema 42:

Hacemos el croquis:



Sea "A" el área del triángulo isósceles

Sea "h" la altura del triángulo isósceles

Sea "x" los dos ángulos iguales formados desde la base

Sea "y" el ángulo que forman los dos lados iguales

La fórmula del área de un triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Es decir

$$48 = \frac{b \cdot h}{2} \text{ ecuación 1}$$

Por otra parte, aplicando el teorema de Pitágoras tenemos:

$$10^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \text{ ecuación 2}$$

Despejando b de la ecuación 1, tenemos:

$$b = \frac{96}{h} \text{ ecuación 3}$$

Sustituimos el valor de b en la ecuación 2

$$10^2 = h^2 + \left(\frac{96}{2h}\right)^2$$

Despejamos h:

$$100 = h^2 + \left(\frac{96}{2h}\right)^2$$

$$100 = h^2 + \frac{9216}{4h^2}$$

$$400h^2 = 4h^4 + 9216$$

$$4h^4 - 400h^2 + 9216 = 0$$

$$h^4 - 100h^2 + 2304 = 0$$

Hacemos el siguiente cambio de variable:

$$h^2 = t$$

$$h^4 = t^2$$

$$t^2 - 100t + 2304 = 0$$

$$t = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 9216}}{2} = \frac{100 \pm \sqrt{784}}{2} = \frac{100 \pm 28}{2}$$

$$t_1 = \frac{100 + 28}{2} = \frac{128}{2} = 64$$

$$t_2 = \frac{100 - 28}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

Por tanto, para $t_1 = 64$ el valor de la altura h será:

$$h^2 = t$$

$$h^2 = 64$$

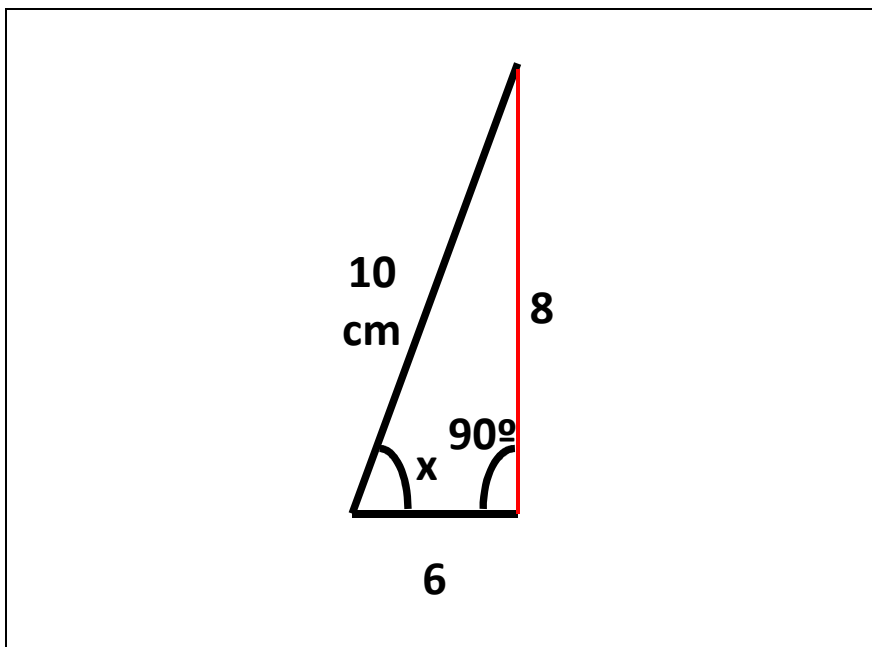
$h = \sqrt{64} = 8$ tomamos solo el valor positivo, no es válida la solución negativa.

De la ecuación 3, obtenemos el valor de la base del triángulo:

$$b = \frac{96}{h} \text{ ecuación 3}$$

$$b = \frac{96}{8} = 12$$

Ahora ya podemos calcular el valor de los tres ángulos:



$$\operatorname{tg} x = \frac{8}{6}$$

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA: Problema 42

$$x = \operatorname{arctg} \frac{8}{6} = 53,13 \text{ (aprox)}$$

Al ser un triángulo isósceles, los dos ángulos que parten de la base son iguales, luego:

El ángulo y será:

$$y = 180 - 2x53,13 = 180 - 106,260 = 73,739 \text{ (aprox)}$$

El valor de los ángulos pedidos es:

$$53,13^\circ$$

$$53,13^\circ$$

$$73,739^\circ$$

Si tomamos, para $t_2 = 36$ el valor de la altura h será:

$$h^2 = t$$

$$h^2 = 36$$

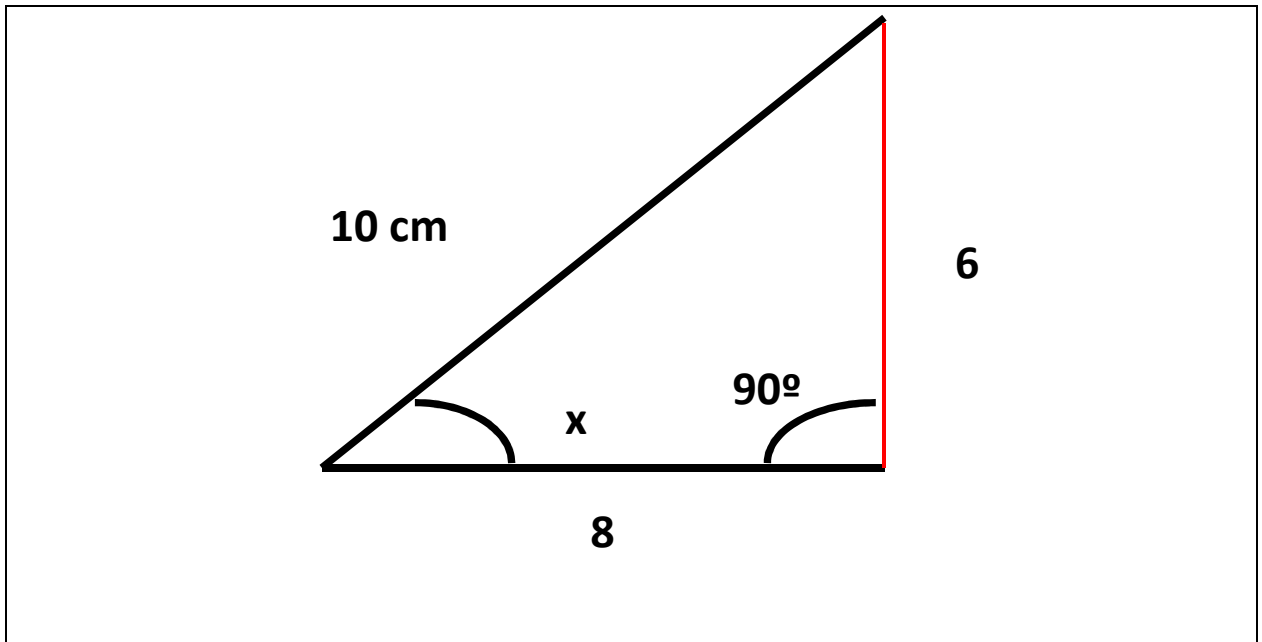
$h = \sqrt{36} = 6$ tomamos solo el valor positivo, no es válida la solución negativa.

De la ecuación 3, obtenemos el valor de la base del triángulo:

$$b = \frac{96}{h} \text{ ecuación 3}$$

$$b = \frac{96}{6} = 16$$

Ahora ya podemos calcular el valor de los tres ángulos:



$$\operatorname{tg} x = \frac{6}{8}$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{6}{8} = 36,86 \text{ (aprox)}$$

Al ser un triángulo isósceles, los dos ángulos que parten de la base son iguales, luego:

El ángulo y será:

$$y = 180 - 2 \times 36,86 = 180 - 73,739 = 106,260 \text{ (aprox)}$$

El valor de los ángulos pedidos es:

$$36,86^\circ$$

$$36,86$$

$$106,260^\circ$$