

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 35:

Resolver la ecuación siguiente, para valores de x comprendidos entre 0° y 180°

$$\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}2x = 1$$

Solución Problema 35:

Expresamos las tangentes en función de senos y cosenos:

$$\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}2x = 1$$

$$\frac{\operatorname{sen}x \operatorname{sen}2x}{\operatorname{cos}x \operatorname{cos}2x} = 1$$

Desarrollamos las fórmulas del seno y coseno del ángulo doble:

$$\frac{\operatorname{sen}x \cdot 2\operatorname{sen}x\operatorname{cos}x}{\operatorname{cos}x \operatorname{cos}^2x - \operatorname{sen}^2x} = 1$$

Simplificamos:

$$\frac{\operatorname{sen}x \cdot 2\operatorname{sen}x\cancel{\operatorname{cos}x}}{\cancel{\operatorname{cos}x} \operatorname{cos}^2x - \operatorname{sen}^2x} = 1$$

$$\frac{2\operatorname{sen}x\operatorname{sen}x}{\operatorname{cos}^2x - \operatorname{sen}^2x} = 1$$

$$\frac{2\operatorname{sen}^2x}{\operatorname{cos}^2x - \operatorname{sen}^2x} = 1$$

Aplicando la fórmula fundamental:

$$\operatorname{sen}^2x + \operatorname{cos}^2x = 1$$

$$\frac{2\operatorname{sen}^2x}{1 - \operatorname{sen}^2x - \operatorname{sen}^2x} = 1$$

$$\frac{2\operatorname{sen}^2x}{1 - 2\operatorname{sen}^2x} = 1$$

$$2\text{sen}^2x = 1 - 2\text{sen}^2x$$

$$4\text{sen}^2x = 1$$

$$\text{sen}^2x = \frac{1}{4}$$

$$\text{sen}x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\text{sen}x = \pm \frac{1}{2}$$

Al pedir el enunciado los valores para x entre 0° y 180° se refiere al 1er y 2º cuadrante en los que el seno es positivo, por eso en este caso podemos eliminar la solución negativa. Así, tenemos

$$\text{sen}x = \frac{1}{2}$$

$$x = \text{arcsen} \frac{1}{2}$$

$$x = \text{arcsen} \frac{1}{2} = 30^\circ$$

$$x = 180 - 30 = 150^\circ$$