PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

Problema 15:

Transformar la siguiente expresión en otra que no figure más que tg a

$$\frac{\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \frac{sen2x}{2} + \cos^2\mathrm{x}}{1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x}}$$

Solución Problema 15:

$$\frac{\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \frac{sen2x}{2} + \cos^2\mathrm{x}}{1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x}}$$

$$\frac{\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \cos^2\mathrm{x} + \frac{sen2x}{2}}{1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x}} \quad expresión\ 1$$

Sabemos que

$$\mathrm{sen}^2\mathrm{x} + \cos^2\mathrm{x} = 1$$

Luego la expresión 1, la podemos poner

$$\frac{1 + \frac{sen2x}{2}}{1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x}} = \frac{\frac{2 + sen2x}{2}}{1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x}} = \frac{2 + sen2x}{2(1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x})} = \frac{2 + 2senxcosx}{2(1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x})}$$

$$\frac{\cancel{2}(1 + senxcosx)}{\cancel{2}(1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x})} = \frac{(1 + senxcosx)}{(1 - \mathrm{sen}^2\mathrm{x})} = \frac{1 + senxcosx}{\cos^2\mathrm{x}} =$$

$$\frac{1}{\cos^2\mathrm{x}} + \frac{senxcosx}{\cos^2\mathrm{x}} = \sec^2\mathrm{x} + \frac{senx}{cosx}$$

Pero sabemos que

$$\sec^2\mathrm{x} = \ \mathrm{tg}^2\mathrm{x} + 1$$

Luego podemos poner:

$$\sec^2\mathrm{x} + \frac{senx}{cosx} = \mathrm{tg}^2\mathrm{x} + 1 + \mathrm{tgx} = \ \mathbf{tg^2x + tgx + 1}$$