

COMBINATORIA

Problema 21:

Resolver la ecuación:

$$\binom{7}{4} = \binom{7}{x}$$

Siendo $x \neq 4$

Solución Problema 21:

$$\binom{7}{4} = \binom{7}{x}$$

Para resolverla, aplicamos la siguiente propiedad de los números combinatorios:

$$\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$$

Luego,

$$\binom{7}{4} = \binom{7}{7-x}$$

Como sabemos que

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Tenemos

$$\frac{\cancel{7!}}{4!(7-4)!} = \frac{\cancel{7!}}{x!(7-x)!}$$

$$x!(7-x)! = 4!(7-4)!$$

$$x!(7-x)! = 4!3!$$

Al tener todos los términos factorial, se simplifican los factoriales, y queda:

$$x(7-x) = 4 \cdot 3$$

$$x(7 - x) = 4x3$$

$$7x - x^2 = 12$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ solución válida}$$

$$x_2 = \frac{7 - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ solución válida}$$