

## PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

### Problema 9:

Calcular el número de términos de una progresión geométrica de razón 2, siendo 189 la suma de ellos, y la suma de sus cuadrados, 12285.

### Solución Problema 9:

Aplicando la fórmula de la suma de una progresión geométrica limitada:

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$189 = \frac{2a_n - a_1}{2 - 1} = 2a_n - a_1$$

$$a_n = \frac{189 + a_1}{2} \quad \text{ecuación 1}$$

Aplicando la fórmula de la suma de una progresión geométrica limitada:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2 = 12285$$

La razón de esta segunda progresión será: 4, ya que es el cuadrado de dos

$$12285 = \frac{4a_n^2 - a_1^2}{4 - 1} = \frac{4a_n^2 - a_1^2}{3}$$

$$36855 = 4a_n^2 - a_1^2 \quad \text{ecuación 2}$$

Sustituyendo el valor de  $a_n$  de la ecuación 1 en la ecuación 2 tenemos:

$$36855 = 4\left(\frac{189 + a_1}{2}\right)^2 - a_1^2 = (189 + a_1)^2 - a_1^2$$

$$36855 = 35721 + a_1^2 + 378a_1 - a_1^2$$

$$a_1 = \frac{36855 - 35721}{378} = 3$$

Ahora calculamos el valor de  $a_n$  sustituyendo el valor de  $a_1$  en la ecuación 1:

$$a_n = \frac{189 + a_1}{2} \quad \text{ecuación 1}$$

$$a_n = \frac{189 + 3}{2} = \frac{192}{2} = 96$$

A continuación calculamos el número de términos

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$96 = 3r^{n-1} \quad \text{ecuación 3}$$

Ahora descomponemos 96 en factores primos:

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 1 = 2^5 \times 3 \times 1$$

Lo sustituimos en la ecuación 3

$$2^5 \times 3 = 3r^{n-1}$$

$$5 = n - 1$$

$$n = 6$$

**El número de términos es 6**