

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 17:

Descomponer 726 en un número de partes que estén en progresión creciente, de manera que 492 sea la suma de los términos extremos, y su diferencia 483, menos la razón.

Solución Problema 17:

Sean a_1 y a_n los términos extremos de la progresión geométrica, y "r" la razón, por tanto:

$$492 = a_1 + a_n$$

Luego:

$$a_n = 492 - a_1 \text{ ecuación 1}$$

Además:

$$a_n - a_1 = 483 - r$$

luego:

$$r = 483 - a_n + a_1 \text{ ecuación 2}$$

726 es la suma de de los términos de la progresión, por tanto aplicamos la fórmula de la suma de una progresión geométrica limitada, y sustituimos el valor de "r" de la ecuación 2 y el de a_n de la ecuación 1 en esta fórmula:

$$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$726 = \frac{a_n \cdot (483 - a_n + a_1) - a_1}{(483 - a_n + a_1) - 1} =$$

$$726 = \frac{(492 - a_1) \cdot [(483 - (492 - a_1) + a_1)] - a_1}{482 - (492 - a_1) + a_1}$$

$$726 = \frac{(492 - a_1)(-9 + a_1 + a_1)] - a_1}{-10 + 2a_1} = \frac{(492 - a_1)(2a_1 - 9)] - a_1}{2a_1 - 10}$$

$$726 = \frac{984a_1 - 2a_1^2 - 4428 + 9a_1 - a_1}{2a_1 - 10} = \frac{-2a_1^2 + 991a_1 - 4428}{2a_1 - 10}$$

$$-2a_1^2 + 992a_1 - 4428 = 1452a_1 - 7260$$

$$2a_1^2 + 460a_1 - 2832 = 0$$

$$a_1^2 + 230a_1 - 1416 = 0$$

$$a_1 = \frac{-230 \pm \sqrt{52900 + 5664}}{2} = \frac{-230 \pm \sqrt{58564}}{2} = \frac{-230 \pm 242}{2}$$

$$a_1 = \frac{-230 + 242}{2} = \frac{12}{2} = 6 \quad \text{solución válida}$$

$$a_1 = \frac{-230 - 242}{2} = \frac{-472}{2} = -236 \quad \text{solución no válida}$$

Para $a_1 = 6$

$$a_n = 492 - a_1 \text{ ecuación 1}$$

$$a_n = 492 - 6 = 486$$

$$r = 483 - a_n + a_1 \text{ ecuación 2}$$

$$r = 483 - 486 + 6 = 3$$

Por tanto los términos de la progresión son:

$$a_1 = a_1 = 6$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 6 \times 3 = 18$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = 18 \times 3 = 54$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = 54 \times 3 = 162$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = 162 \times 3 = 486$$

La progresión es:

..
- **6: 18: 54: 162: 486**
..