

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 12:

Hallar la suma de los cinco términos de una progresión geométrica, cuya razón es igual al primer término, con signo contrario, y la diferencia de los dos primeros igual a 2.

Solución Problema 12:

Los datos conocidos para la resolución de este problema son:

$$r = -a_1 \text{ ecuación 1}$$

$$a_1 - a_2 = 2 \text{ ecuación 2}$$

$$n = 5$$

Sabiendo que.

$$a_2 = a_1 r$$

Y de la ecuación 1 y la ecuación 2 se obtiene:

$$a_1 - a_1 r = 2$$

$$a_1 - [(a_1)(-a_1)] = 2$$

$$a_1 - (-a_1^2) = 2$$

$$a_1^2 + a_1 - 2 = 0$$

$$a_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} =$$

$$a_{11} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = \mathbf{1 \text{ solución no válida}}$$

$$a_{12} = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = \mathbf{-2 \text{ solución válida}}$$

Para

$$a_1 = -2$$

Aplicando la ecuación 1:

$$r = -a_1 \text{ ecuación 1}$$

$$r = 2$$

A continuación aplicamos la fórmula de cálculo del último término de las progresiones geométricas limitadas:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = (-2)2^{5-1}$$

$$a_n = (-2)2^4 = -32$$

Aplicando la fórmula de cálculo de la suma de progresiones geométricas limitadas:

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{(-32)2 - (-2)}{2 - 1} = -62$$