

## PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

### Problema 46:

Hallar cuatro números sabiendo que los tres primeros están en progresión geométrica y los tres últimos en progresión aritmética de razón 6, siendo el primer número igual al cuarto.

### Solución Problema 46:

Sean  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , y  $a_4$  los cuatro números.

Sea  $a_1 = a_4$

Los tres primeros están en progresión geométrica:  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ .

Por tanto:

$$r = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r = \frac{a_3}{a_2}$$

Luego:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_3 \text{ ecuación 1}$$

Los tres últimos en progresión aritmética de razón 6:  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$

De una parte:

$$b_1 = b_1$$

$$b_2 = b_1 + d = b_1 + 6$$

$$b_3 = b_1 + 2d = b_1 + 12$$

Por otra parte:

$$a_2 = b_1$$

$$b_2 = a_3$$

$$b_3 = a_4 = a_1$$

Sustituyendo en los valores de b en la ecuación 1:

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_3 \text{ ecuación 1}$$

$$b_1^2 = (b_1 + 12) \cdot (b_1 + 6)$$

$$b_1^2 = b_1^2 + 12b_1 + 6b_1 + 72$$

$$18b_1 = -72$$

$$b_1 = \frac{-72}{18} = -4$$

$$\mathbf{b_1 = -4}$$

Como

$$a_2 = b_1$$

$$\mathbf{a_2 = -4}$$

Sabemos

$$b_2 = b_1 + d = -4 + 6 = 2$$

$$\mathbf{b_2 = 2}$$

Como

$$b_2 = a_3$$

$$\mathbf{a_3 = 2}$$

Sabemos

$$b_3 = b_1 + 2d = b_1 + 12 = -4 + 12 = 8$$

$$\mathbf{b_3 = 8}$$

Como

$$b_3 = a_4 = a_1$$

$$\mathbf{a_4 = a_1 = 8}$$

Por tanto, los cuatro números pedidos son:

**8, -4, 2, 8**