

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Problema 40:

El límite de la suma de los términos de una progresión geométrica decreciente indefinida es 6, y la suma de sus dos primeros términos es 4,5. Hallar el primer término de la progresión.

Solución Problema 40:

Sabemos que la fórmula de la suma de una progresión geométrica ilimitada es:

$$S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$

Así:

$$6 = \frac{a_1}{1 - r} \text{ ecuación 1}$$

Por otra parte, sabemos que:

$$a_1 + a_2 = 4,5$$

Expresando a_2 en función de a_1 :

$$a_1 + (a_1 \cdot r) = 4,5 \text{ ecuación 2}$$

De la ecuación 1 despejamos r:

$$1 - r = \frac{a_1}{6}$$

$$r = 1 - \frac{a_1}{6}$$

Sustituyo el valor de r en la ecuación 2

$$a_1 + \left[a_1 \cdot \left(1 - \frac{a_1}{6} \right) \right] = 4,5$$

$$6a_1 + [6a_1 - a_1^2] = 27$$

$$a_1^2 - 12a_1 + 27 = 0$$

$$a_1 = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 108}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{12 \pm 6}{2}$$

$$a_{11} = \frac{12 + 6}{2} = 9 \text{ solución válida}$$

$$a_{12} = \frac{12 - 6}{2} = 3 \text{ solución válida}$$