

## PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

### Problema 35:

En una progresión geométrica de cuatro términos el primero es el  $\log_4 32$  en el sistema de base 4 y el último es el coeficiente del término cuarto del desarrollo:

$$(x + y)^6$$

Hallar la razón de la progresión y la suma de los términos.

### Solución Problema 35:

Sabemos que:

$$a_1 = \log_4 32$$

Aplicando la definición de logaritmo: es exponente al que hay que elevar la base para obtener el número:

$$4^{a_1} = 32$$

$$(2^2)^{a_1} = 2^5$$

$$2^{2a_1} = 2^5$$

De donde obtengo que:

$$2a_1 = 5$$

$$a_1 = \frac{5}{2}$$

Por otra parte sabemos que  $a_4$  es el coeficiente del término cuarto del desarrollo:

$$(x + y)^6 = \binom{6}{0} x^6 + \binom{6}{1} x^5 y + \binom{6}{2} x^4 y^2 + \binom{6}{3} x^3 y^3$$

El coeficiente del cuarto término es:

$$a_4 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!.3!} = \frac{6.5.4.3.2.1}{3.2.1.3.2.1} = 20$$

Ahora hallamos la razón:

$$a_4 = a_1 r^3$$

$$20 = \frac{5}{2} r^3$$

$$r^3 = \frac{20 \cdot 2}{5}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = \sqrt[3]{8} = 2$$

A continuación la suma:

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$S_4 = \frac{a_4 r - a_1}{r - 1}$$

$$S_4 = \frac{20 \cdot 2 - \frac{5}{2}}{2 - 1}$$

$$S_4 = 20 \cdot 2 - \frac{5}{2}$$

$$S_4 = 40 - \frac{5}{2}$$

$$S_4 = \frac{80 - 5}{2}$$

$$S_4 = \frac{75}{2}$$