

LOGARITMOS

Problema 34:

La suma de los logaritmos de tres números en progresión geométrica, de razón 3, es 4,2940913. ¿Cuáles son esos números?

Solución Problema 34:

Sean "x", "y" y "z" los tres números pedidos.

Sean "log x", "log y" y "log z" los logaritmos de los números pedidos.

El enunciado nos dice que: la suma de sus logaritmos es 4,2940913

$$\log x + \log y + \log z = 4,2940913 \text{ ecuación 1}$$

Y que los 3 números están en progresión geométrica, por tanto:

$$x = x$$

$$y = xr = 3x$$

$$z = xr^2 = 9x$$

Sustituimos estos valores en la ecuación 1:

$$\log x + \log y + \log z = 4,2940913 \text{ ecuación 1}$$

$$\log x + \log 3x + \log 9x = 4,2940913$$

$$\log x + \log 3x + \log 3^2x = 4,2940913$$

Aplicando el logaritmo de un producto tenemos:

$$\log x + \log 3 + \log x + \log 3^2 + \log x = 4,2940913$$

Aplicando el logaritmo de una potencia:

$$\log x + \log 3 + \log x + 2\log 3 + \log x = 4,2940913$$

$$3\log x + 3\log 3 = 4,2940913$$

Simplificando por tres tenemos:

$$\log x + \log 3 = \frac{4,2940913}{3}$$

$$\log x + \log 3 = 1,4313637$$

$$\log x = 1,4313637 - \log 3$$

$$\log x = 1,4313637 - 0,4771212 = 0,9542425$$

$$\log x = 0,9542425$$

Para despejar x , aplicamos la definición de logaritmo, es decir el exponente al que hay que elevar la base para que dé el número

Al ser logaritmos naturales, la base es 10

$$\log_{10} x = 0,9542425$$

$$x = 10^{0,9542425}$$

$$x = 8,999999 = \mathbf{9}$$

A continuación hallamos "y" y "z":

$$y = xr = 3x = 3 \times 9 = \mathbf{27}$$

$$z = xr^2 = 9x \times 9 = \mathbf{81}$$

Luego los números buscados que forman la progresión son:

$$\ddot{\cdot} \\ \ddot{\cdot} \mathbf{3: 27: 81} \\ \ddot{\cdot}$$