

LOGARITMOS

Problema 33:

Resolver la siguiente ecuación:

$$\log(x^{\log x}) - \log x - 6 = 0$$

Solución Problema 33:

El 1er elemento es el logaritmo de una potencia, por tanto:

$$\log x \cdot \log x - \log x - 6 = 0 \text{ ecuación 1}$$

Hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\log x = t$$

Lo sustituimos en la ecuación 1

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Ahora, para calcular "x", deshacemos el cambio de variable:

Para $t = 3$

$$\log x = t$$

$$\log x = 3$$

Como trabajamos con logaritmos naturales, es decir de base 10, y aplicando la definición de logaritmo (exponente al que hay que elevar la base para obtener el número, en este caso "x") tenemos

$$x = 10^3 = \mathbf{1000}$$

Para $t = -2$

$$\log x = t$$

$$\log x = -2$$

Por el mismo razonamiento

$$x = 10^{-2} = \mathbf{0,01}$$