LOGARITMOS

Problema 31:

Resolver el siguiente sistema de ecuación

$3logx + logy = 9$

$4logx - 3logy = -1$

Solución Problema 31:

$3logx + logy = 9 \; ecuación \; 1$

$4logx - 3logy = -1 \;\; ecuación \; 2$

La ecuación 1:

$3logx + logy = 9$

la podemos poner como

$log\mathrm{x}^3 + \log y = log10^{\;9}$

ya que el primer elemento del 1er término es el logaritmo de una potencia, y el 2º miembro de la ecuación es el logaritmo en base de 10 de 1.000.000.000

A continuación, el 1er término de la ecuación es el logaritmo de la de un producto:

$\log(\mathrm{x}^3 y) = log10^{\;9}$

Como ambos logaritmos son iguales, la ecuación 1 queda:

$(\mathrm{x}^3 y) = 10^{\;9} \; ecuación \; 3$

La ecuación 2

$$4logx - 3logy = -1$$

la podemos poner como:

$$log\mathrm{x}^4 - \log \mathrm{y}^3 = \log \frac{1}{10}$$

ya que los dos primeros elementos del 1er término son el logaritmo de una potencia, y el 2º miembro de la ecuación es el logaritmo en base de 10 de 1/10

A continuación, el 1er término de la ecuación es el logaritmo de la de un cociente:

$$log\frac{\mathrm{x}^4}{\mathrm{y}^3} = \log \frac{1}{10}$$

Como ambos logaritmos son iguales, la ecuación 2 queda:

$$\frac{\mathrm{x}^4}{\mathrm{y}^3} = \frac{1}{10} \text{ ecuación } 4$$

Por tanto, el sistema inicial de ecuaciones:

$$3logx + logy = 9 \; ecuación \; 1$$

$$4logx - 3logy = -1 \; ecuación \; 2$$

queda como sigue,

$$(\mathrm{x}^3 y) = 10^{\,9} \; ecuación \; 3$$

$$\frac{\mathrm{x}^4}{\mathrm{y}^3} = \frac{1}{10} \text{ ecuación } 4$$

Despejamos y de la ecuación 3

$$y = \frac{10^{\,9}}{\mathrm{x}^3}$$

Sustituimos su valor en la ecuación 4:

$$\frac{x^4}{\left(\frac{10^{\,9}}{x^3}\right)^3} = \frac{1}{10}$$

Operando sobre esta ecuación:

$$\frac{x^4}{\frac{10^{\,27}}{x^9}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{x^4 x^9}{10^{\,27}} = \frac{1}{10}$$

$$10x^4x^9 = 10^{\,27}$$

$$x^{13} = 10^{\,26}$$

$$\mathbf{x} = \sqrt[13]{10^{\,26}} = \mathbf{100}$$

Para x= 100, calculamos el valor de y de la ecuación 3:

$$\boldsymbol{y} = \frac{10^{\,9}}{x^3} = \frac{10^{\,9}}{100^3} = \frac{10^{\,9}}{(10^{\,2})^3} = \frac{10^{\,9}}{10^{\,6}} = \mathbf{1000}$$

La solución es:

x= 100

y= 1000