

LOGARITMOS

Problema 25:

Resolver la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{4^x} = 0,7071$$

Solución Problema 25:

$$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{4^x} = 0,7071$$

Para resolver el problema hay que tomar sucesivamente logaritmos en ambos términos de la ecuación. Así,

Tomando logaritmos en ambos términos:

$$\log\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{4^x} = \log 0,7071 \text{ ecuación 1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \log \frac{1}{4} = \log 0,7071$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{\log 0,7071}{\log \frac{1}{4}} = \frac{-0,150519}{\log 1 - \log 4} = \frac{-0,150519}{0 - 2\log 2} = \frac{-0,150519}{-2(0,301030)}$$

$$= \frac{0,150519}{0,603060} = 0,249592$$

Por tanto la ecuación 1 queda:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0,249592 \text{ ecuación 2}$$

Volvemos a tomar logaritmos en ambos términos:

$$\log\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \log 0,249592$$

$$4^x \log \frac{1}{2} = \log 0,249592$$

$$4^x \log \frac{1}{2} = \frac{\log 0,249592}{\log \frac{1}{2}} = \frac{-0,602769}{\log 1 - \log 2} = \frac{-0,602769}{0 - \log 2} =$$

$$\frac{-0,602769}{-0,302030} = 2,002355$$

Por tanto la ecuación 2 queda:

$$4^x = 2,002355$$

Tomamos nuevamente logaritmos en ambos términos de la ecuación,

$$\log 4^x = \log 2,002355$$

$$x \log 4 = \log 2,002355$$

$$x = \frac{\log 2,002355}{\log 4} = \frac{0,301541}{2 \log 2} = \frac{0,301541}{2(0,301030)} = \frac{0,301541}{0,603060}$$

$$x = 0.500018$$

Aproximadamente

$$x = \frac{1}{2}$$