# LOGARITMOS

Problema 22:

Resolver la ecuación siguiente:

$$\sqrt[5]{2}\mathrm{x}\left(\sqrt[5]{2}\right)^{3}\mathrm{x}\left(\sqrt[5]{2}\right)^{5}x\left(\sqrt[5]{2}\right)^{7}x\ldots..x\left(\sqrt[5]{2}\right)^{2x-1}=32$$

Solución Problema 22:

$$\sqrt[5]{2}\mathrm{x}\left(\sqrt[5]{2}\right)^{3}\mathrm{x}\left(\sqrt[5]{2}\right)^{5}x\left(\sqrt[5]{2}\right)^{7}x\ldots..x\left(\sqrt[5]{2}\right)^{2x-1}=32$$

Es el producto de potencias de la misma base

$$\left(\sqrt[5]{2}\right)^{1+3+5+7\ldots2x-1}=2^{5}$$

Descomponemos 32 en factores primos:

$$32=2x2x2x2x2=2^{5}$$

Tomando logaritmos en ambos términos:

$$log\left(\sqrt[5]{2}\right)^{1+3+5+7\ldots2x-1}=\log 2^{5}$$

Es el logaritmos de una potencia:

$$(1+3+5+7+\cdots+2x-1)log\left(\sqrt[5]{2}\right)=5log2$$

$log\left(\sqrt[5]{2}\right)$ es el logaritmo de una raíz

$$(1+3+5+7+\cdots+2x-1)log\ (\ 2\ )^{1/5}=5log2$$

$$(1+3+5+7+\cdots+2x-1)\frac{1}{5}log2=5log2$$

Simplificamos log2

$$(1+3+5+7+\cdots+2x-1)\frac{1}{5}=5$$

$$(1+3+5+7+\cdots+2x-1)=25$$

$(1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2x - 1) = 25$

Esta ecuación es la suma de una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} . n$$

Tenemos que calcular el número de términos "n", para ello sabemos que:

$a_1 = 1$

$a_n = 2\mathrm{x} - 1$

$\mathrm{d} = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

Luego aplicando la fórmula de último término, tenemos:

$a_n = a_1 + (\mathrm{n} - 1)\mathrm{d}$

$2\mathrm{x} - 1 = 1 + (\mathrm{n} - 1)2$

$2\mathrm{x} - 1 = 1 + 2\mathrm{n} - 2$

$2\mathrm{x} = 2 + 2\mathrm{n} - 2 = 2\mathrm{n}$

$\mathbf{x} = \mathbf{n}$

Sustituyendo su valor en la fórmula de la suma de las progresiones aritméticas, tenemos:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} . n$$

$$25 = \frac{1 + 2\mathrm{x} - 1}{2} . x$$

$50 = 2\mathrm{x}^2$

$\mathrm{x}^2 = 25$

$\boldsymbol{x} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$