

## LOGARITMOS

Problema 15:

Hallar x

$$x = \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}}}$$

Solución Problema 15:

$$x = \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}}}$$

Es lo mismo que  $x =$  todo el contenido de la raíz elevada a  $\frac{1}{3}$

$$x = \left( 4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}} \right)^{1/3}$$

Tomamos logaritmos en los dos términos de la ecuación

$$\log x = \log \left( 4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}} \right)^{1/3}$$

Es logaritmo de una raíz

Luego

$$\log x = \frac{1}{3} \left[ \log \left( 4 \cdot \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}} \right) \right]$$

Dentro del paréntesis es el logaritmo de un producto, luego

$$\log x = \frac{1}{3} \left[ \log 4 + \log \left( \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}} \right) \right]$$

La expresión anterior es igual a

$$\log x = \frac{1}{3} \left[ \log 4 + \log \left( 5 \cdot \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

Dentro del paréntesis es el logaritmo de una raíz,

$$\log x = \frac{1}{3} \left[ \log 4 + \log \left( 5 \cdot \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

luego

$$\log x = \frac{1}{3} \left[ \log 4 + \frac{1}{3} \log \left( 5 \cdot \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}} \right) \right]$$

Dentro del paréntesis es el logaritmo de un producto, luego

$$\log x = \frac{1}{3} [\log 4 + \frac{1}{3} \log 5 + \log \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}}]$$

Pero

$$\log \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{5 \sqrt[3]{\dots}}} = \log x$$

Por tanto la expresión anterior queda

$$\log x = \frac{1}{3} [\log 4 + \frac{1}{3} (\log 5 + \log x)]$$

$$\log x = \frac{1}{3} \log 4 + \frac{1}{9} \log 5 + \frac{1}{9} \log x$$

$$\log x - \frac{1}{9} \log x = \frac{1}{3} \log 4 + \frac{1}{9} \log 5$$

$$\frac{8}{9} \log x = \frac{1}{3} \log 4 + \frac{1}{9} (\log 10 - \log 2)$$

$$\frac{8}{9} \log x = \frac{3}{9} \log 4 + \frac{1}{9} (\log 10 - \log 2)$$

$$\frac{8}{9} \log x = \frac{3}{9} \log 2^2 + \frac{1}{9} (\log 10 - \log 2)$$

$$\frac{8}{9} \log x = \frac{6}{9} \log 2 + \frac{1}{9} (\log 10 - \log 2)$$

$$8 \log x = 6 \log 2 + (\log 10 - \log 2)$$

$$8 \log x = 5 \log 2 + \log 10 = 5 \log 2 + 1$$

$$\log x = \frac{1}{8} + \frac{5}{8} \log 2 = 0,125 + 0,625(0,30103) = 0,125 + 0,188143$$

$$\log x = 0,125 + 0,188143 = 0.313143$$

$$x = \textit{antilog} 0.313143$$

$$\mathbf{x = \textit{antilog} 0.313143 = 2,05656}$$