LOGARITMOS

Problema 11:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones, sin recurrir a las tablas

$$\sqrt[x]{x+y} = 2$$

$$(x+y)3^{x} = 279936$$

Solución Problema 11:

$$\sqrt[x]{x+y} = 2 \; ecuación\ 1$$

$$(x+y)3^{x} = 279936 \; ecuación\ 2$$

Descomposición de 279936 en factores es:

$$279936 = 2x2x2x2x2x2x2x3x3x3x3x3x3x3x1 = 2^{7}x3^{7}$$

Elevamos a la potencia x los dos términos de la ecuación 1

$$(\sqrt[x]{x+y})^{x} = 2^{x}$$

$$x+y = 2^{x} \text{ ecuación } 3$$

En la ecuación 2 sustituimos 279936 por su descomposición en factores:

$$(x+y)3^{x} = 2^{7}x3^{7} \text{ ecuación } 4$$

Ahora sustituimos el valor de x+y de la ecuación 3 en la ecuación 4

$$2^{x}3^{x} = 2^{7}x3^{7}$$

Tomando logaritmos en ambos términos tenemos,

$$\log(2^{x}3^{x}) = \log(2^{7}x3^{7})$$

Es el logaritmo de un producto en ambos términos, por tanto

$$log2^{x} + \log3^{x} = log2^{7} + log3^{7}$$

Cada sumando de la ecuación es el logaritmo una potencia, por tanto

$$xlog2 + \mathrm{xlog3} = 7log2 + 7log3$$

Sacando factor común x en el primer término y 7 en el segundo término, queda

$$x\cancel{(log2 + \mathrm{log3})} = 7\cancel{(log2 + log3)}$$

$$\boldsymbol{x = 7}$$